

幼児の数表象の構造

—教授介入からの検討—

栗山和広・吉田甫

Representational Structure of Numbers in Children

Kazuhiro KURIYAMA and Hajime YOSHIDA

SUMMARY

Representational of preschool children's number concepts was investigated in the present study. This research used the two type of test problems. The first type was to resolve numbers into 5's and x (5 Resolve Task). The another was to resolve numbers 10's and x (10 Resolve Task). Children were given one of two instructional interventions. The first group (5 Instruction group) was instructed how to perform the tasks based on the number 5. The second group (10 Instruction group) was instructed how to perform the tasks based on the number 10. Preschool children performed the 5 Resolve Task easier than the 10 Resolve task. These results suggested that preschool children would represent numbers 1 to 5 as a firm structure or privileged anchor. These results were discussed in term of a mental number line in a representational system of numbers.

子どもが数をどのように理解しているかという問題については、Piaget (1952) の数の保存概念の研究を中心として、さまざまな研究がなされてきた。そうした研究によれば、子どもは数概念についてあまり理解していないとされてきた。しかし、最近の多くの研究は、幼児のもつ数概念のコンピテンス (competence) について明らかにしつつある。たとえば、幼児は数概念に関する基本的原理や知識を理解していることが見い出されている (Gelman & Gallistel, 1978 ; Gelman & Meck, 1983)。また、数の保存概念の発達には数唱技能 (counting skill) の獲得が大変重要であることが明らかにされている (Fuson, Scade, & Hall, 1983 ; Gelman 1972 ; Schaeffer, Eggleston, & Scott, 1974)。

こうした最近の研究のなかでも、数概念の表象構造に関するものは興味深いものである (Ginsburg, 1977 ; Greeno, Riley, & Gelman, 1984 ; Riley, Greeno, & Heller, 1983)。大人の数概念の構造は、明らかに10進法構造から成立している。それでは、幼児はどのような数表象の構造をもっているのであろうか。

Siegler & Robinson (1982) は、就学前の子どもも10進法の数表象をもっていると述べている。彼らは、幼児に数を数えさせ、幼児がどこで数えられなくなるかを検討した。その結果、幼

児がそれ以上数えられなくなる数の頻度が高かったところは、29, 39, 49であった。また，Fuson, Richards & Briars (1982) は、幼児の数唱の誤りの中に19から30へまたは40へ数え続けるというような次の10個の数をとばして数えることを見い出している。これらの結果は、幼児がもつ10進法構造の知識の反映であると考察された。

しかし、これらの結果は、幼児がすべての数において10進法構造をもつことを意味するのではなかろう。Siegler & Robinson (1982) と Fuson et al. (1982) は、20以上の数において10進法構造の数表象の可能性を述べている。しかし、20以下の数において何らかの構造が存在するかいなかについては何ら述べていない。Resnick (1983) も、1から10までの数については、ある1つの数と次の数との間が1つずつ大きくなる次の(next)関係でつながっている心的数直線(mental number line)で表している。Ginsburg (1983) は、幼児にとって1から12までの数は完全に任意(arbitrary)であると述べている。これらの研究の述べている数表象は、いずれも10以下の数には特別な構造は何ら存在しないことを仮定しているものといえよう。

しかし、Gelman & Gallistel (1978) は、カードに描いてある点がいくつあるかを数えさせるという簡単な実験を行ったところ、3歳児と4歳児の半分以上の幼児が、5以下の数の点を正確に数えることができた。もし、幼児の数表象が Resnick (1983) や Ginsburg (1977) によって仮定されたようなものであるならば、点の数の数え方の正確さに差はないことが予想される。Gelman & Gallistel (1978) の結果は、10以下の小さな数においても何らかの構造が存在することを示唆するものではないかと考えられる。

そこで、Yoshida & Kuriyama (1986) は、10以下の数表象の構造の可能性について3つの実験から検討した。実験1では、幼児に5を基数として加減算問題を解決するように教授された群(5群)と10を基数として加減算問題を解決するように教授された群(10群)の比較を行った。その結果、5群の方が10群より正答率が高く、反応時間も速いことが見い出された。実験2では、ある数を5とXに分解する課題(分解課題)と、ある数にいくつあわせると10になるかという10の補数を求める課題(補数課題)を用いて、10以下の数表象の構造について検討した。その結果、分解課題の方が補数課題より正答率の高いことが見い出された。さらに、反応時間においても分解課題の方が補数課題よりも有意に速く解決できることが示された。実験3では、幼児の加算と減算の解決における方略について分析した。幼児が数を表現する際の方略にさまざまなものが見い出された。指をたてて1つずつ数えていく方略(Oタイプ)，そうした数唱なしに一気に指をたてる直接的方略(Dタイプ)，さらに外的な行為によらない内的に処理する方略(Iタイプ)の3つの型が見られた。そのなかでも、Oタイプには興味のある方略が見られた。指をたてて1つずつ数えていく方略が見られたが、この方略には2つのパターンが見られた。第1は数を全て1つずつ数えていく方略であった。第2は、6以上の数を数える際に、5までは数唱なしに一気に指をたてる直接的方略を用い、それから残りの数を1つずつ数えていく方略であった。さらに、Kuriyama & Yoshida (1987) は、幼児に加算と減算の問題を行わせ、幼児が数を表現する際の方略について分析した。5以下の数を含む問題は、6以上の数を含む問題よりも、直接的方略が多く見い出された。これらの結果は、幼児が1から5までを1つのまとめた構造またはprivileged anchorとして表象していることを示すものと考えられた。

また、栗山と吉田 (1988) は数唱課題を用いて幼児の数表象の構造についてさらに検討した。

幼児に、ある数 a からある数 b ($a < b$) まで数え昇らせる上昇系列の数唱、ある数 b からある数 a ($a < b$) まで数え下らせる下降系列の数唱を行わせた。その結果、正しい数唱の頻度率は Over 5 タイプ（6 以上の数のみを含む数唱）の問題より、Below 5 タイプ（5 以下の数のみを含む数唱）の問題の方の頻度率の高いことが示された。さらに、数唱の停止すべき数について分析したところ、上昇系列の数唱では、停止すべき数が 5 の課題では全員が正しく止めることができた。また、下降系列の数唱でも停止すべき数が 5 の場合に 5 で止まれる割合は他の数に比べるとかなり高かった。これらの結果からも、1 から 5 までが 1 つの構造または privileged anchor として表象されていることが見い出された。さらに、数唱という指を使用しない課題を用いた場合にも Yoshida & Kuriyama (1986) と同じことが見られたことから、我々の見い出した数表象の構造は内的表象であることが明確にされたといえよう。

本研究では、こうした我々の見い出した数表象の構造についてさらに検討するものである。Yoshida & Kuriyama (1986) では、5 を基数として加減算問題を解決するように教授された群（5 群）と、10 を基数として加減算問題を解決するように教授された群（10 群）の教授介入を用いて幼児の数表象を検討した。この方法は、幼児が 5 という数知識をもっているならば、それを明確にする教授がさなれると加減算問題は容易に解決できるであろうという仮説に基づくものであった。しかし、幼児が 5 を 1 つのまとまった構造としてもっているならば、5 を基数として解決することを求める教授がなくても、ある数を 5 と X に分解するような分解課題は容易に解決できると考えられる。また、幼児が 10 を 1 つのまとまった構造としてもっているならば、10 を基数として解決することを求める教授がなくても、ある数を 10 と X に分解する分解課題の正答率は高いであろうと考えられる。そこで、本研究ではこのことを検討するために、ある数を 5 と X に分解する課題（5 の分解課題）とある数を 10 と X に分解する課題（10 の分解課題）を用いて、次の 2 つの教授介入から検討する。1 つは、5 を基数として課題を解決することのみを教授する群（5 の教授群）、もう 1 つは 10 を基数として課題を解決することのみを教授する群（10 の教授群）の 2 つであった。こうした教授介入の方法を用いた場合、次のようなことが予想される。幼児が 1 から 5 までの数をまとった構造として表象しているならば、5 の教授群でも 10 の教授群でも 5 の分解課題における正答率の差はほとんどないであろう。

方 法

被験児 宮崎市内の私立幼稚園に在園する 28 名の園児（男児 15 名、女児 13 名）であった。平均年齢は 5 歳 7 ヶ月であった。かれらはほとんど中流階級の出身であった。

材料 5 の分解課題が 5 題、10 の分解課題が 9 題用いられた。5 の分解課題とは、ある数（6, 7, 8, 9, 10）を 5 と X に分解する課題であった。たとえば、「8 は 5 にいくつあわせると 8 になりますか」という形式で呈示された。10 の分解課題とは、ある数（11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19）を 10 と X に分解する課題であった。たとえば、「13 は 10 にいくつあわせると 13 になりますか」という形式で呈示された。5 の分解課題に用いられた「8」と「10」、10 の分解課題で用いられた「13」と「15」は教授介入の練習課題として用いられた。

手続き 実験は個別に行われた。実験者は女子短大生であった。5 の教授群は、最初に 5 を基

数として分解することを教授するために「8」と「10」の数を用いて練習を行い、それからテスト課題として、5の分解課題、10の分解課題を行った。練習では、実験者が指の絵を描いたカードを用いて説明した。5の教授群では10を基底とする教授は一切行わなかった。10の教授群は、最初に10を基底として分解することを教授するために「13」と「15」の数を用いて練習を行い、それからテスト課題として10の分解課題、5の分解課題を行った。練習は5の教授群と同じであった。10の教授群では5を基底とする教授は一切行わなかった。テスト課題では一切のフィードバックも与えられなかった。実験に要した全ての時間は15分から30分であった。

結果と考察

5の分解課題は3題、10の分解課題は7題と問題数が異なっていたので、それぞれの課題における全問題数に占める正答数の割合である正答率を求めた。5の教授群と10の教授群のそれぞれにおける5の分解課題と10の分解課題の正答率をTable 1に示した。分散分析を行ったところ、教授群と分解課題の交互作用が有意であった($F=4.896$, $df=1/26$, $p<.05$)。そこで単純効果の検定を行ったところ、5の教授群における5の分解課題と10の分解課題において有意差が認められた($t=2.75$, $p<.01$, $df=52$)。また、5の教授群における10の分解課題と10の教授群における10の分解課題において有意差が認められた($t=2.84$, $p<.01$, $df=26$)。

Table 1
Ratios of correct answers of 5 Instruction group and
10 Instruction group for two resolve tasks

Group	5 Resolve task	10 resolve task
5 Instruction group	92.71	69.28
10 Instruction group	90.35	92.70

これらの結果より、次のことが考えられる。5の分解課題では、5の教授群と10の教授群において正答率における差はみられないことから、5の教授の有無にかかわらず5の分解課題は容易に正答できる。10の分解課題では、10の教授群が5の教授群より正答率が有意に高いことから、10の分解課題は難しいと考えられる。以上のことより、幼児は1から10までの数を1つのまとまった構造として理解しているというより、1から5までの数の方を1つのまとまった構造として理解していると考えられる。本研究における教授介入の実験からも、幼児は1から5までを1つの構造またはprivileged anchorとして表象していることが見い出された。

ところで、本研究において10の分解課題では5の教授群より10の教授群の正答率の方が高いことが示された。このことは、10の教授が行われないと10の分解課題の正答は難しいことを示すものであり、幼児は1から10までを1つの構造として表象しているものではないと先に述べた。しかし、10の教授を行えば10の分解課題の正答率が高くなるということは、幼児は10をも1つの構造としてある程度表象している可能生も否定できないであろう。また、栗山と吉田(1988)は、上昇系列の数唱において停止すべき時点で止まらなかった幼児の中に、9あるいは10まで数え続けたものが80%にも達したというデータを見い出している。これらのこととは、序論でこれまでの

研究者が見い出した10進法的知識の問題と関連があるのかもしれない。これらのデータでもって10進法的表象の問題を論じることは出きないが、子どもの数の表象構造の複雑性を示すものであろう。

我々は、幼児の数表象における privileged anchor としての数は 1 から 5 までと考えたが、privileged anchor となるのは 1 から 5 までなのかそれとも 5 そのものの数なのかについては本研究からは明らかでない。しかし、このことについてヒントとなるデータがある。栗山と吉田（1988）は上昇系列の数唱において停止すべき数が 5 の課題では全員が正しく 5 で止まることができるを見い出した。5 で幼児全員が正しく止まることができるということは、5 そのものが privileged anchor となることを示唆するものかもしれない。この点については、今後の更なる検討が必要と思われる。

これまで、幼児の数概念の理解に関するモデルとして、Resnick (1983) は10以下の数において心的数直線を仮定していた。そこでは、1 つずつ大きくなる次の関係でつながっている心的数直線で表象されていた。これは、10以下の数には何らの構造も考えていない単純な心的数直線であったといえよう。しかし、我々の研究からは 1 から 5 までの数とそれ以上の数とを区別しなければならないことが示唆されている。今後の幼児の数概念のモデルでは、こうした観点をとり入れたモデルが考慮されなければならない。

（1988年9月30日受理）

引 用 文 献

- Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. 1982. The acquisition and an elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive developmental research* (Vol. 1, pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.
- Fuson, K. C., Secade, W. G., & Hall, J. W. 1983. Matching, counting, and conservation of number equivalence. *Child Development*, **54**, 91-97.
- Gelman, R. 1972. Logical capacity of very young children: Number invariance rules. *Child development*, **43**, 75-90.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. 1978. *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard Univ. Press.
- Gelman, R., & Meck, E. 1983. Preschooler's counting: Principles before skill. *Cognition*, **13**, 343-359.
- Ginsburg, H. 1977. *Children's arithmetic: The learning process*. New York: Van Nostrand.
- Greeno, J. G., Riley, M. S., & Gelman, R. 1984. Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology*, **16**, 94-143.
- Kuriyama, K. & Yoshida, Y. 1988. *Representation structure of numbers in children: Analyses of strategies in solving both addition and subtraction problems*. 宮崎女子短期大学紀要, **14**, 13-20。
- 栗山和広・吉田甫 1988 幼児の数表象の構造 心理学研究, **59**, 287-294。
- Piaget, J. 1952. *The child's conception of number*. New York: Norton (Original French Edition, 1941).
- Resnick, L. B. 1983. A developmental theory of number understanding. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). New York: Academic Press.
- Rilley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. 1983. Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-192). New York: Academic Press.

- Schaefer, B. Eggleston, V. H., & Scott, S. L. 1974 *Number development in young children.* Cognitive psychology, 6, 357-379.
- Siegler, R. S., & Robinson, M. 1982 The development of numerical understanding. In H. W. Reese, & L. P. Lipsett (Eds.), *Advances in child development and behavior* (Vol. 16, pp. 242-308). New York : Academic Press.
- Yoshida, H., & Kuriyama, K. 1986 The numbers 1 to 5 in the development of children's number concepts. *Journal of Experimental Child Psychology*, 41, 251-266.

付 記

本研究実施にあたり御協力いただきました至慶幼稚園の皆様に記して謝意を表します。
第2著者は宮崎大学教育学部の所属である。