幼児の数表象の構造

―3歳児の数表象について―

栗 山 和 広・吉 田 甫

Representational Structure of Numbers in Children

Kazuhiro KURIYAMA and Hajime YOSHIDA

SUMMARY

Representation of number concepts in three-year-olds children was investigated in the present study. Children were given both reconstruction and composition problems. In the reconstruction problems, children were asked to reconstruct the numbers, which a experimenter presented. When children dealed with numbers 4 and 5, they opened their fingers directly to 3 of the numbers and did the fingers 1 by 1 for the remaining numbers over 3. In the composition problems, children were asked to compose a number with another one. It was significantly easier for children to solve the problems with 2 and 3 as addends than ones with 4 as addend. Furthermore, children depended on direct strategy more often than overt one to the addended number 2 and 3. These results might suggest that three-year-olds children would represent numbers 1 to 3 as a firm structure. These results were discussed in terms of a mental number line in a representational system of numbers.

子どもが数をどのように理解しているかという問題については，Piaget(1952) の数の保存概念の研究を中心としてさまざまな研究が行われてきた。そうした多くの研究は，就学前の子どもの数知識があまり発達していないという否定的な見方をしていた。しかし，最近の多くの研究は，従来の数概念の研究のアプローチとは異なった方法を用いて，幼児のもっている数概念のコンピテンス (competence) について明らかにしつつある (Briars & Siegler, 1984 ; Fuson, Secade, & Hall, 1983 ; Gelman, 1972 ; Gelman, 1978 ; Gelman & Gallistel, 1978 ; Gelman & Meck, 1983 ; Schaeffer, Eggleston, & Scott, 1974 ; Siegler, 1978)。こうした最近の研究の中でも重要なものの１つとして，数概念の表象構造に関する研究がある (Ginsburg, 1977 ; Greeno, Riley, & Gelman, 1984 ; Riley, Greeno, & Heller, 1983)。

Siegler & Robinson(1982) は，就学前の子どもも大人と同様に10進法の数表象をもっていると述べた。彼らは，幼児に数を数えさせ，幼児がどこで数えられなくなるかを検討した。その結果，幼児がそれ以上数えられなくなる数の頻度が高かったところは，29, 39, 49であった。また，Fuson, Richards, & Briars(1982) は，数唱の興味ある例として19から30へまたは40へ数え続けるという

ような10個の数をとばして数えることを見い出している。これらの結果は，幼児がもつ10進法構造の知識の反映であると考えられた。

しかし，これらの結果は，幼児がすべての数において10進法構造をもつことを意味するとはいえない。Siegler & Robinson(1982) と Fuson et al. (1982) は，20以上の数において10進法構造の表象の可能性を述べている。しかし20以下の数において，何らかの構造が存在するかどうかについてはなんら述べていない。このような小さい数について，Ginsburg(1977) は，幼児にとって1から12までの数は完全に任意 (arbitary) であると述べている。同様に，Resnick(1983) も，1から10までの数については，ある1つの数と次の数との間が1つずつ大きくなる (next) 関係でつながっている心的数直線 (mental number line) として表象されているとみなしている。これらの研究はいずれも，10以下の数については何らの構造も存在しないことを仮定している。

しかし，Yoshida & Kuriyama(1986) は10以下の数表象の構造の可能性について検討した。その結果1から5までが1つのまとまった構造または privileged anchor として表象されていることがいくつかの実験から明らかにされた。1つの実験では，ある数を5とXに分解する課題（分解課題）と，ある数にいくつあわせると10になるかという10の補数を求める課題（補数課題）を用いて，10以下の数表象の構造について検討した。その結果，分解課題の方が補数課題より正答率の高いことが見い出された。さらに，反応時間においても分解課題の方が補数課題よりも速く解決することが示された。別の実験では，幼児の加算と減算の解決における方略について分析した。幼児が数を表現する際にさまざまな方略が見い出された。指をたてて1つずつ数えていく方略（Oタイプ），そうした数唱なしに一気に指をたてる直接的方略（Dタイプ），指を目で追ったり頭を動かして数える方略（Cタイプ），外的な行為によらない内的に処理する方略（Iタイプ）の4つの型が見られた。そのなかでも，Oタイプには興味のある方略が見られた。第1は数を全て1つずつ数えていく方略であった。第2の方略は“5”と直接に関連したパターンである。6以上の数を数える際に，5までは数唱なしに一気に指をひろげて，それから残りの数を1つずつ数えていくタイプであった。これらの結果は，幼児が5を1つの privileged anchor または1つのまとまった構造として表象していることを示すものと考えられた。

その他に，Kuriyama & Yoshida(1987) は，幼児に加算と減算の問題を行わせ，幼児が数を表現する際の方略について Yoshida & Kuriyama(1986) で分析した4つのタイプを用いて検討した。5以下の数を含む問題は，6以上の数を含む問題より直接的方略（Dタイプ）が多く見い出された。また，栗山と吉田（1989）は，5を基数として課題を解決することを教授された群（5の教授群）と10を基数として課題を解決することを教授された群（10の教授群）の2つの教授群を用いて2つの課題について検討した。課題は，ある数を5とXに分解する課題（5の分解課題）とある数を10とXに分解する課題（10の分解課題）であった。その結果，5を基数として課題を解決することを教授されなかった10の教授群でも，5の分解課題の正答率は高かった。これらの結果も，幼児が5を1つのまとまった構造として表象していることを示唆しているものと考えられた。

さらに，これまでおこなってきた我々の研究では幼児に指を使わせる課題を用いていたことから，栗山と吉田（1988）は数唱課題という指を使用しない課題を用いて幼児の数表象について検討した。幼児に，ある数aからある数b（a<b）まで数え昇らせる上昇系列の数唱，ある数bか

らある数aまで数え下らせる下降系列の数唱を行わせた。その結果，正しい数唱の頻度率はOvert 5タイプ（6以上の数のみを含む数唱）の問題より，Below 5タイプ（5を以下の数のみを含む数唱）の問題の方が頻度率の高いことが示された。さらに，数唱の停止すべき数について分析したところ，上昇系列の数唱では停止すべき数が5の課題では全員が正しく止めることができた。指を使用しない数唱課題からも，1から5までが1つのprivileged anchorとして表象されていることが明らかにされた。

ところで，これまで我々が行ってきた幼児の数表象に関する一連の研究では年長児や年中児を対象としてきた。これより低い年齢の幼児ではどのような数表象の構造が存在するのであろうか。本研究では，発達的な観点からの研究として，年少児の数の表象構造について検討することを目的とする。

本研究では，指示された具体物の数を再構成する再構成課題と，具体物を使用してある数にある数を合わせる合成課題を用いて，年少児の数表象について検討する。年少児において何らかの数表象の構造が存在するならば，そうした数表象の構造が再構成課題や合成課題のストラテジーに反映されることが考えられる。

方　法

被検児　宮崎市内の私立幼稚園に在園する14名（男児10名，女児4名）の園児であった。かれはほとんど中流家庭の出身である。平均年齢は3歳6か月であった。

材料　再構成課題と合成課題において具体物として20個の碁石が用いられた。指示された碁石のある数だけ再構成する再構成課題では，再構成する数は1から8までの数であった。そのうち，「1」は練習問題として用いられ，「2，3，4，5，6，7，8」の7題がテスト問題として用いられた。ある数aにある数bを合わせる合成課題（a+bとして示す）では，年少児は合成した数が6以上になると理解が困難であることが予備調査でわかっていたため，合成した数が5以内になるような問題を作成した。また，合成課題として作成できるすべての問題を実施することは時間的に困難であるため，いくつかの問題が省かれた。「1＋1」が練習問題として用いられ，テスト問題としては「1＋2，1＋3，1＋4，2＋2，2＋3，3＋2，」の6題が用いられた。

手続き　実験は個別に行われた。実験者は幼稚園教諭であった。幼児は最初に再構成課題を行った。再構成課題は，被検児の前に実験者がある数の碁石を提示し，その碁石と同じ数を，被検児の前にある碁石の集まりの中から，被検児が取り出して再構成するという課題であった。再構成課題では，練習問題を行った後にテスト問題を行った。テスト問題において問題の提示順序はランダムにした。また，被検児によって問題の提示順序はそれぞれ異なっていた。実験者は被検児に氏名，家族等を尋ねたりしてラポールをとった後，次のように教示した。“○○ちゃん。今から先生と数の遊びをしよう。いいかな。ここに碁石が何個かあります。ここにある碁石と同じ数だけ，こちらの碁石の集まりの中からとってならべてちょうだい。そして碁石は何個あったか先生に教えてちょうだい。”練習問題で正しく答えられなかった被検児に対しては，実験者が正しく並べられるように説明した。テスト問題では，一切のフィードバックも与えなかった。

再構成課題がすべて終了した後に，合成課題に移った。ただし，再構成課題を途中で遂行でき

なくなった場合には，これを中止して合成課題の練習問題に移った。合成課題では次のように教示した。“○○ちゃん。今度はさっきまでやったのとちょっとちがうよ。ここにある碁石をつかってちょうだい。1個にもう1個合わせるといくつになりますか。よくできたね。じゃあ，次も今みたいにやってちょうだい。”幼児に対するフィードバックは再構成課題とほぼ同じであった。実験に要した全ての時間は約30分であった。

結果と考察

再構成課題　碁石を正しく再構成して，さらに再構成した碁石の数を言語化できた問題のみを正答とみなした。それぞれの問題の正答率を求めた。2，3，4，5，6，7，8，の各問題における正答率はそれぞれ，1.00，.92，.85，.28，.14，.14，.07であった。幼児にとって，4以下の数を再構成することは容易であることがわかる。次に，幼児が碁石を再構成する際にどのような数えかたをしているかについて，その方略をビデオテープから分析した。その結果，3つの方略が見いだされた。第1の方略は，碁石を1つずつ数えて並べる方略（Oタイプ）であった。第2は，一気に碁石をとって並べる方略(Dタイプ)，第3は，碁石の集まりを全てとって並べる方略（Aタイプ）であった。個人ごとに各問題に占める方略の割合を求め，それぞれについて頻度率を求めた。その結果がTable 1に示されている。Oタイプについてみると，2と3の頻度率は比較的低く，4以上になると高くなっている。Dタイプについてみると，2，3，4と頻度率は低下し，5以上の数ではまったくみられなかった。Aタイプについてみると4以下の数ではまったくみられない。また，Oタイプを示す方略の中で興味ある方略がみられた。4や5を数える際に，最初に3までをDタイプで示し，それから残りの数を1つずつ数えていくパターンであった。こうしたパターンを示すものが5人もいた。しかし，5以上の数において4までをDタイプで示し，それから残りの数を数える者は1人もいなかった。3までをDタイプで示し，それから残りの数を数えていくというパターンは，3までを1つのまとまった構造として理解していることを示すものであろうと考えられる。

Table 1
Ratios of Proportion Correct for the three Strategies in Reconstruction Problems

	strategy		
problem	O	D	A
2	.36	.64	.0
3	.58	.42	.0
4	.79	.21	.0
5	.85	.0	.15
6	.71	.0	.29
7	.71	.0	.29
8	.71	.0	.29

Table 2
Ratios of Frequency for the four Strategies on the three Categories in Composition Problems

	strategy			
category	D-D	O-O	D-O	O-D
−2	.62	.17	.07	.11
−3	.57	.21	.29	.0
−4	.28	.07	.64	.0

合成課題　合成課題において，一般的に合成される数より合成する数の方がよく機能する数であると考えられる。そこで，それぞれの問題の合成される数と合成する数において，合成される数を無視して合成する数に基づいて３つのカテゴリー（合成する数２，３，４に基づいて分類したカテゴリーを－２，－３，－４と示す）に分類した。各カテゴリーにおける問題数が異なっていたので，それぞれのカテゴリーにおける全問題数に対する正答数の割合である正答率を求めた。－２，－３，－４のカテゴリーの正答率は.83，.82，.36であった。分散分析を行ったところ有意であった（$F=13.18$，$df=2/26$，$p<.001$）。そこで，それぞれのカテゴリーについて多重比較を行ったところ，－２と－３のカテゴリーの正答率はそれぞれ－４のカテゴリーより有意に高いことが示された（$t=4.49$，$df=26$，$p<.001$；$t=4.39$，$df=26$，$p<001$）。これらの結果から，合成する数が３以下の方が年少児にとっては操作しやすいということが示された。

次に，合成課題の方略について分析した。合成課題の方略はＤタイプとＯタイプの２つの方略を結合して分析され，４つのタイプが見い出された。その結果が Table 2 に示されている。方略とカテゴリーの要因について分散分析を行ったところ，方略の主効果（$F=8.00$，$df=3/78$，$p=.001$）とカテゴリーと方略の交互作用（$F=6.31$，$df=3/78$，$p<001$）が有意であった。そこで，それぞれの方略の頻度率についてカテゴリー間の多重比較を行った。D-D タイプにおいて－２と－３のカテゴリーの頻度率はそれぞれ－４のカテゴリーより有意に高かった。（$t=2.89$，$df=78$，$p<01$；$t=2.50$，$df=78$，$p<01$）。D-O タイプにおいて－４のカテゴリーの頻度率はそれぞれ－２と－３のカテゴリーより有意に高かった。（$t=5.02$，$df=78$，$p<.01$；$t=2.82$，$df=78$，$p<.01$）。D-D タイプにおいて，－２と－３のカテゴリーの頻度率が－４のカテゴリーより有意に高いことが示されたが，このことは３以下の数が４より１つのまとまった構造として年少児に理解されていることを示すものであろう。さらに，D-O タイプにおいて－４のカテゴリーの頻度率は－２と－３のカテゴリーより高いことが示されたが，このことから４の数においては合成される数がＤタイプで示されたとしても合成する数はＯタイプで示されることを意味しているものである。すなわち，４はＯタイプで表されやすいことを示唆するものであろう。

合成課題において，－２と－３のカテゴリーの正答率が－４のカテゴリーより高いことが示された。このことは，年少児にとって４より２や３の数が理解しやすい数であることを示すものと思われる。また，方略において，－２と－３のカテゴリーにおける D-D タイプの頻度率が－４のカテゴリーより高いこと，－２と－３のカテゴリーの D-O タイプの頻度率が－４のカテゴリーより低いことが示された。これらのことは，年少児にとって４より２や３の数がＤタイプで表象されていることを示すものである。一般に，まとまった数は１つずつ数えるＯタイプでなく，Ｄタイプで示されると考えられる。それ故，２や３の数はまとまった数であると考えられよう。さらに，４や５の数を表現する再構成課題の方略において３までをＤタイプで示しそれから残りの数を数えていくタイプが見られたが，このことも３までを１つのまとまった構造として理解していることを示すものといえよう。こうした結果は，１から３までが１つのまとまった構造として表象されていることを示唆するものと考えられる。

ところで，小さい数を数えるのに，ぱっと見てわかるサビタイジング (subitizing) という直接的な知覚的理解のしくみによって数をとらえる現象がある。我々は本研究で得られた結果から，１から３までが１つのまとまった構造として示されていると述べたが，こうした結果はサビタイジ

ングによるものではないかという可能性も存在するかもしれない。しかし，Gelman & Tucker(1975) は，年少児でも小さい数をサビタイジングではなく，数えることによってとらえていると述べている。かれらは，図形の個数を数えさせる実験において，提示時間が長いほど個数を正確に数えることができるということを見い出した。このことは，年少児でも小さい数をサビタイジングによってとらえているのではなく，数えることによって理解していることを示すものであると述べている。このことから考えると，本研究で得られた結果も知覚的理解によるものではなく，年少児の数表象が反映されたものであろうと考えられる。

以上のことより，年少児にとって1から3までは理解しやすい数であり1つのまとまった構造として表象されていると考えられる。以前の我々の研究 (Yoshida & Kuriyama, 1986 ; Kuriyama & Yoshida, 1987 ; 栗山と吉田，1988；栗山と吉田，1989；Yoshida & Kuriyama, in press) では，幼児は1から5までを1つのまとまった構造または privileged anchor として表象していることを示した。そこでは，年長児や年中児を対象として検討してきた。しかし，本研究では年少児を対象として検討し，年少児が1から3までを1つのまとまった構造として表象していることがある程度明らかにされた。ところで，これまでの幼児の数概念に関するモデルとして，Resnick(1983) は心的数直線を仮定している。そこでは，10以下の数には何らの構造も考えていない単純な心的数直線であったといえよう。しかし我々の研究からは，年少児では1から3までを，年中児，年長児では1から5までを1つの構造として表象されていることが示された。今後の幼児の数概念のモデルでは，こうした観点をとりいれたモデルが考慮されなければならない。

さらに，今後の検討課題として次のようなことが考えられよう。本研究で見い出された結果から，ある程度は年少児の数表象の構造について明らかにされたと考えられるが，別の課題を用いてさらに詳細に検討する必要があろう。また，本研究で見い出された数表象と乳児も3までの数を区別できるという結果 (Starkey & Cooper, 1980) とどのように関連するのであろうか。就学後の児童にはどのような数表象の構造が存在するのであろうか。数の表象構造に対する発達的な観点からの更なる研究が必要であろう。

引用文献

Briars, D., & Siegler, R.S. 1984. A Featural Analysis of Preschoolers' Counting Knowledge. *Developmental Psychology,* **20**, 607-618.

Fuson, K.C., Richards, J., & Briars, D.J. 1982. The acquisition and an elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd(Ed.), *Children's logical and mathematical cognition : Progress in cognitive developmental research*(Vol.1, pp.33-92). New York : Springer-Verlag.

Fuson, K.C., Secade, W.G., & Hall, J.W. 1983. Matching, counting, and conservation of number eqivalence. *Child Development,* **54**, 91-97.

Gelman, R. 1972. Logical capacity of very young children : Number invariance rules. *Child development,* **43**, 75-90.

Gelman, R., & Tucker, M.F. 1975. Further investigations of the young child's conception of number. *Child Development,* **46,** 167-175.

Gelman, R. 1978. Cognitive development. *Annual Review of Psychology,* **29,** 297-332.

Gelman, R., & Gallistel, C.R. 1978. *The child's understanding of number.* Cambridge, MA : Harvard Univ. Press.

Gelman, R., & Meck, E. 1983. Preschooler's counting : Principles before skill. *Cognition,* **13,** 343-359.

Ginsburg, H. 1977 *Children's arithmetic : The learning process.* New York Van Nostrand.

Greeno, J. G., Riley, M. S., & Gelman, R. 1984 Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology,* **16**, 94-143.

Kuriyama, K., & Yoshida, H. 1988 *Represenatation structure of numbers in children : Analyses of strategies in solving both addition and subtraction problems.* 宮崎女子短期大学紀要, **14,** 13-20.

栗山和広・吉田甫 1988 幼児の数表象の構造 心理学研究, **59,** 287-294.

栗山和広・吉田甫 1989 幼児の数表象の構造 一教授介入からの検討一 宮崎女子短期大学, **15,** 7-12.

Piaget, J. 1952 *The child's conception of number.* New York : Norton (Original French Edition, 1941).

Resnick, L.B. 1983 A developmental theory of number understanding. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). New York : Academic Press.

Rilley, M.S., Greeno, J.G., & Heller, J.I. 1983 Development of children's problemsolving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-192). New York : Academic press.

Schaefer, B., Eggleston, V. H., & Scott, S. L. 1974 *Number development in young children.* Cognitve psychology, **6**, 357-379.

Siegler, R.S. 1978. The origins of scientific reasoning. In R.S. Siegler (Ed.), *Children's thinking : What develops ?* (pp. 109-150). Hillsdale, NJ : Erlbaum.

Siegler, R.S., & Robinson, M. 1982 The development of numerical understanding. In H.W. Reese, & L.P. Lipsett (Eds.), *Advances in child development and behavior* (Vol. 16, pp. 242-308). New Yourk : Academic press.

Starkey, P., & Cooper, R.S. 1980 Perception of numbers by human infants. *Science,* **210,** 1033-1035.

Yoshida, H., & Kuriyama, K. 1986 The numbers 1 to 5 in the development of Children's number Concepts. *Journal of Experimental Child Psychology,* **41,** 251-266.

Yoshida, H., & Kuriyama, K. in press. Learning to count in Japneese. In D. Kevin., & S. Beatrice (Eds.), *Language and Mathmatical Education.* Open University Press.

〈付　記〉

本研究実施にあたり御協力いただきましたみどり幼稚園の山口れい子先生，大坪邦資先生，園児の皆様に記して謝意を表します。

第2著者は宮崎大学教育学部の所属である。

（1989年9月30日受理）