宮崎女子短期大学紀要　第18号　31—39頁

# 幼児の数表象の構造

## ——具体物課題による検討——

栗　山　和　広

# Representational Structure of Numbers in Children

Kazuhiro KURIYAMA

**Abstract**

Representation of preschool children's number concepts was investigated in the present study. They were given resolution problems task. Children were asked to resolve a number into X to Y in using concrete materials. It was significantly easier for children to solve the task with the number to resolve whose magnitudes were below 5 than one with the number to resolve whose magnitudes were over 5. Analyzing children's strategies in dealing with concrete materials, we found that children adopted different strategies for counting objects. When dealing with numbers above 5, the children counted the objects directly to 5 and l by l for the remaining numbers over 5. These results suggested that preschool children represent numbers l to 5 as a firm structure or priveleged anchor for numbers.

Piaget (1952) は，前操作期の子どもについて，数の保存，系列化，クラス包摂に関する知識が欠如していることを強調してきた。しかしながら，最近の多くの認知心理学の研究では，Piaget の研究のアプローチに対する限界を指摘し，幼児のもつ有能さを明らかにしつつある (Gelman, 1978 ; Siegler, 1978)。そうした見解をとる領域の中に幼児の数概念に関する研究がある (Gelman & Gallistel, 1978 ; Gelman & Meck 1983)。

こうした数概念の研究の中でも重要なものに数の表象構造に関する研究がある (Ginsburg, 1977 ; Greeno, Riley, & Gelman, 1984 ; Riley, Greeno, & Heller, 1983)。これらの研究によると，大人の数概念の構造は，10進法構造から成立していることが見いだされている。

それでは，幼児はどのような数表象の構造をもっているのであろうか。Siegler & Robinson (1982) や Fuson, Richards, & Briars (1982) は，幼児に数を数えさせる数唱を行わせたところ，幼児がそれ以上数えられなくなる数の頻度が高かったところは，29，39，49であった。これらのことから，就学前の子どもも大人と同様に10進法の数表象の構造をもっていると考えられた。

しかし，こうした結果は，10以上の数表象に関する研究であり，10以下の数については何らかの構造も存在していないことを仮定している。しかし，こうした仮定にたてば説明できない研究

がいくつか見られている。たとえば，Gelman & Gallistel（1978）は，幼児にカード上の点がいくつあるかを数えさせたところ，３歳児と４歳児の過半数の幼児が，５以内の数の点を正確に数えることを見いだした。これらの結果は，幼児がすべての数において10進法構造をもつことを意味するとはいえないことを示唆している。

そこで，Yoshida & Kuriyama（1986）は10以下の数表象の構造の可能性について検討した。その結果１から５までが，１つのまとまった構造または priveleged anchor として表象されていることがいくつかの実験から明らかにされた。ある１つの実験では，ある数を５とＸに分解する課題（分解課題）と，ある数にいくつあわせると10になるかという10の補数を求める課題（補数課題）を用いて，10以下の数表象の構造について検討した。その結果，反応時間において，ある数を５とＸに分解する分解課題の方が，ある数にいくつ合わせると10になるかという10の補数を求める補数課題よりも速く解決することが示された。

また，Kuriyama & Yoshida（1987）は，幼児に加算と減算の問題を行わせ，幼児が数を表現する際の方略について分析した。幼児が数を表現する際の方略には主に４つのタイプが見られた。指をたてて１つずつ数えていく方略（Ｏタイプ），そうした数唱なしに一気に指をたてる直接的方略（Ｄタイプ），指を目で追ったり頭を動かして数を数える方略（Ｃタイプ），外的な行為によらない内的に処理する方略（Ｉタイプ）であった。５以下の数を含む問題は，６以上の数を含む問題より直接的方略（Ｄタイプ）が多く見い出された。

さらに，これまでの我々の研究では幼児に指を使わせる課題を用いていたことから，栗山と吉田（1988）は数唱課題という指を使用しない課題を用いて幼児の数表象について検討した。幼児に，ある数ａからある数ｂ（ａ＜ｂ）まで数え昇らせる上昇系列の数唱，ある数ｂからある数ａまで数え下らせる下降系列の数唱を行わせた。その結果，正しい数唱の頻度率は Overt ５タイプ（６以上の数のみを含む数唱）の問題より，Below ５タイプ（５以下の数のみを含む数唱）の問題の方の頻度率の高いことが示された。さらに，数唱の停止すべき数について分析したところ，上昇系列の数唱では停止すべき数が５の課題では全員が正しく止めることができた。指を使用しない数唱課題からも，１から５までが１つの priveleged anchor として表象されていることが明らかにされた。

このように，これまで我々が行ってきた年中児や年長児の数表象に関する一連の研究では，最初に，指の使用が可能な分解課題・補数課題，加算課題・減算課題を用い，さらに，指の使用ができない数唱課題の導入により，１から５までの数表象の構造を見いだした。しかし，指が５本である構造と，１から５までが１つの構造になっていることが一致していることを考えると，さらに数唱課題以外にも指の使用が不可能な課題を用いて，１から５までが内的な表象であるということを明確にすることが必要であろう。

そこで，本研究では，年中児に具体物を使用させた場合の分解課題における数を表現する方略パターンの分析から，10以下の数表象の構造について検討する。このような課題では，幼児が１から５までを一つの構造として理解しているならば，５以下の数で分解する方が６以上の数で分解するより，正答率の高いことが考えられる。また，５までを一つのまとまりとして示す方略を用いることが考えられる。

## 方　法

**被検児**　宮崎市内の私立幼稚園に在園する18名（男児８名，女児10名）の園児であった。かれらはほとんど中流家庭の出身である。平均年齢は４歳６か月であった。

**材料**　分解課題において具体物として20個の碁石が用いられた。ある数ａ（分解される数）はある数ｂ（分解する数）にいくつあわせるとある数ａになりますかという分解課題（ｂの分解課題）が用いられた。分解課題は，１の分解課題が２題（ａ：２，３，以後分解される数についてａ：の記号で示す），２の分解課題が５題(ａ：３，４，５，６，７)，３の分解課題が４題(ａ：４，５，６，７)，４の分解課題が３題（ａ：５，６，７)，５の分解課題が２題（ａ：６，７)，６の分解課題が２題（ａ：７，８）７の分解課題が１題（ａ：８）の合計19題が用いられた。そのうち，１の分解課題は練習問題として用いられた。幼児の分解課題における方略を記録しておくためにビデオテープレコードが用いられた。

**手続き**　実験は個別に行われた。実験者は女子短大生であった。幼児は最初に練習問題を２題行った後，テスト問題に移った。テスト問題において問題の提示順序はランダムにした。また，被検児によって問題の提示順序は異なっていた。実験者は被験児に，氏名，年齢等を尋ねたりしてラポールをとった後，次のように教示した。“○○ちゃん。今から，お姉ちゃんと数の遊びをしよう。いいかな。3は1にいくつあわせると3になるかな。よくできたね。”練習問題で正しく答えられなかった被験児に対しては，実験者が正しく答えられるように説明した。問題を行うにあたっては，碁石を使って問題を解くように指示した。“じゃあ，いろいろな数について，今みたいにやってちょうだい。5は3にいくつあわせると5になるかな。”という教示でテスト段階に入った。テスト段階においては，被験児が誤った場合にもフィードバックは一切与えなかった。実験に要した時間は約20分であった。

## 結　果

**各分解課題の正答率**　分解する数に基づいて，17題の問題を－２（２で分解する問題，“－”の記号で略する)，－３，－４，－５，－６，－７の６つのカテゴリーに分類した。各分解課題における問題数が異なっていたので，それぞれの課題における全問題数に占める正答数の割合である正答率を求めた。２，３，４，５，６，７の各分解課題における全問題数に占める正答率は，.85，.83，.83，.86，.52，.44であった。分散分析を行ったところ有意であった（$F=9.396$，$df=5/85$，$p<.01$)。そこで，それぞれの分解課題における正答率について多重比較を行った。－２と－６，－７の比較では有意差がみられた。－３，－４，－５のそれぞれも，－６，－７の比較では有意差が見られた。しかし，－２，－３，－４，－５のそれぞれの比較においては有意差は認められなかった。また，－６と－７のそれぞれの比較においても有意差は認められなかった。これらの結果より，５以下の数による分解は，６以上の数より幼児にとって理解しやすいまとまった数であることが示唆される。

**方略の分析**　幼児が分解課題を行う際に２つのタイプの方略が，ビデオテープレコーダーの分

析から見いだされた。第一の方略は，ある数を碁石で一つずつ数える overt counting ( O-type ) であった。第2の方略は，碁石を一つずつ数えることをせずに一気にある数の碁石を示す direct counting type ( D-type )であった。分解課題は，各問題において分解される数と分解する数の方略を結合して，4つのタイプ，D-D，O-D，D-O，O-O に分類された。各分解課題の問題は先述した6つのカテゴリーに分類された。各カテゴリーにおける問題数が異なっていたので，それぞれのカテゴリーにおける全問題数に対する方略の割合である頻度率を求めた。その結果が Table 1

**Table 1** 分解課題における6つのカテゴリーの方略の頻度率

| | 方 | 略 | | |
|---|---|---|---|---|
| カテゴリー | D-D | O-D | D-O | O-O |
| －2 | .19 | .61 | .01 | .19 |
| －3 | .10 | .58 | 0 | .19 |
| －4 | .02 | .31 | 0 | .67 |
| －5 | .08 | .34 | 0 | .58 |
| －6 | 0 | .06 | 0 | .94 |
| －7 | 0 | .06 | 0 | .94 |

に示されている。方略とカテゴリーの2要因について分散分析を行ったところ，方略の主効果 ($F=31.046$, $df=3/255$, $p<.01$) と，カテゴリーと方略の交互作用 ($F=14.583$, $df=15/255$, $p<.01$) が有意であった。そこで，それぞれの方略ごとにカテゴリーの頻度率について多重比較をおこなった。O-D タイプでは，－2と－3のそれぞれは，－4，－5，－6，－7の比較において有意差が見られた。また，－4と－5のそれぞれも－6と－7の比較において有意差が見られた。O-O タイプでは，－2と－3のそれぞれは，－4，－5，－6，－7の比較において有意差が見られた。また，－4と－5のそれぞれも－6と－7の比較において有意差が見られた。これらのことより，3以下の数は4以上の数より，また5以下の数は6以上の数より D タイプの方略で分解しやすい数であることを意味している。さらに，4以上の数は3以下の数より，また6以上の数は5以下の数より O タイプの方略で分解しやすい数であるといえよう。

次に overt counting の方略を，さらにいくつかのタイプに分析した。というのは，Yoshida and Kuriyama (1986) は，加算問題と減算問題の数唱方略の overt counting の分析を行った。そして，overt counting の中に，ある数を全て一つずつ数えていく (O-all タイプ) ものと，興味深い方略として，ある数を数える場合にある数までは一気に指を広げて，それから残りの数を一つずつ数えていくタイプ (D-to-O タイプ) を見いだしている。そこで，overt counting を，O-all タイプと D-to-O タイプに分析した。D-to-O タイプには4つのタイプが見いだされた。5まで一気に示しそれから残りを一つずつ数える (5-to-O)，4まで一気に示しそれから残りを一つずつ数える (4-to-O)，3までを一気に示しそれから残りを一つずつ数える (3-to-O)，2までを一気に示しそれから残りを一つずつかぞえる ( 2-to-O) であった。分解する数と分解される数に分けて，5つの overt counting タイプの問題数を示したのが Table 2 である。

分解する数，分解される数とも，D-to-O タイプのなかでは 5-to-O が最も多い。そのほかの D-to-O タイプはほとんど見られない。overt counting タイプの中でも，5-to-O タイプが最も多いこと

**Table 2** 分解される数と分解する数で見られた5つの overt counting タイプの数

| Overt counting のタイプ | 分解される数 | 分解する数 |
|---|---|---|
| 0-all | 149 | 39 |
| 5-to-all | 39 | 9 |
| 4-to-all | 1 | 1 |
| 3-to-all | 1 | 1 |
| 2-to-all | 4 | 2 |

は，1から5までがまとまった一つの数として幼児に理解されていることを示すものであろう。

次に，問題で呈示された数についての誤りの内容分析を行った。誤りには，問題で求められた数とは異なる数を示した誤りが見られた。分解される数のそれぞれについて，異なる数を示した誤りが Table 3 に，分解する数のそれぞれについて，異なる数を示した誤りが Table 4 に示されている。最初に，分解される数についてみると，5に関連した誤りが見られる。4の数では，5を示した誤りだけが見られた。6や7の数においても，5を示した誤りの数が最も多い。しかし，

**Table 3** 分解される数における誤りのタイプとその数

| 分解される数 | 誤りのタイプとその数 |
|---|---|
| 3 | 誤り(0) |
| 4 | 5を示した誤り(4) |
| 5 | 誤り(0) |
| 6 | 5を示した誤り(8)，7を示した誤り(3)，8を示した誤り(1) |
| 7 | 5を示した誤り(7)，8を示した誤り(3)，9を示した誤り(1) |
| 8 | 5を示した誤り(1)，7を示した誤り(7)，9を示した誤り(2) |

(注)　(　)は誤りの数を示す

**Table 4** 分解する数における誤りのタイプとその数

| 分解する数 | 誤りのタイプとその数 |
|---|---|
| 2 | 誤り(0) |
| 3 | 誤り(0) |
| 4 | 誤り(0) |
| 5 | 誤り(1) |
| 6 | 5を示した誤り(8)，7を示した誤り(3)，8を示した誤り(2) |
| 7 | 5を示した誤り(4)，6を示した誤り(2)，8を示した誤り(1) |

(注)　(　)は誤りの数を示す

分解される数が5の数の場合の誤りは皆無である。次に，分解する数についてみると，5の数の誤りでは，4を示した誤りが1題見られた。6の数の誤りにおいても，5を示した誤りが最も多く，7の数においても5を示した誤りが最も多い。このように，示された数と異なる数を示した

誤りのパターンにおいては，５を示した誤りのパターンが多く見られた。また，５の数では誤りはほとんど見られていない。

## 考　察

本研究では，指という外的な構造に依存しない具体物による課題を導入して，幼児の数表象の構造を明らかにしようとした。具体物による課題を導入したのは，指の使用が可能であった我々の研究（Yoshida & Kuriyama, 1986 ; Kuriyam & Yoshida, 1987 ; 栗山と吉田　1989 ; Yoshida & Kuriyama, 1991）で見いだされた結果が，指の影響をうけない具体物課題でもさらに支持されるかどうかを検討することにあった。

幼児に具体物を使用させた本研究でも，我々の仮説が支持された。分解課題の分解する数に基づいたカテゴリーの正答率は，５以下の数による分解の正答率が，６以上の数による分解の正答率より高いことが示された。このことは，６以上の数より５以下の数が理解しやすいことを示していると思われる。

分解課題の方略の分析で，O-D タイプは６以上の数に基づいて分解したカテゴリーより，５以下の数に基づいて分解したカテゴリーにおいて多く見いだされた。一般に，数を数えるカウンティング方略は，overt counting から direct counting さらに interanal counting へと発達することが見られている（Kuriyama & Yoshida, 1987）。即ち，overt counting の方が primitive な counting であると考えられる。このことからすると，具体物を数える方略においても，O タイプの方略から D タイプの方略へと発達することが考えられよう。それ故，O-D タイプの方略で，５以下の数の方が６以上の数より多く見られたことは，５以下の数が幼児にとって理解しやすい数であることを示唆するものであろう。また，このことは O-O タイプの方略で，６以上の数が５以下の数より多く示されたことからも考えられる。

しかし，O-D タイプの方略において，３以下の数が５以下の数より多く見られたことからすると，５以下の数が一つまとまった構造とは必ずしもいえない。これは，どういうことを意味するのであろうか。栗山と吉田（1990）は，３歳児に具体物を使用させた分解課題を行わせたところ，３以下の数で D タイプの方略を多く用いることを見いだした。これは，３以下の数がまとまった構造として理解されていることを示唆している。O-O タイプの方略で，３以下の数が５以上の数より多くみられたことは，このことと関連があるかもしれない。

また，overt counting の中で，一つずつ数える O-all に続いて，5-to-O が多く見られた。このことからすると，方略の分析においても，１から５までが一つのまとまった構造として表象されていることがある程度いえよう。

次に，問題で提示された数と異なる数を示した誤りの内容分析でも，興味ある結果が見られた。４，６，７の数において，５を示した誤りが多くみられた。このことは，単なる偶然ではなく幼児がもつ数の表象を反映したものであると考えらる。Yoshida & Kuriyama（1986）は，加算問題において，指で数えて計算する誤りの中に数表象の構造を反映したと考えられる誤りを見いだしている。一つは，６以上の数を計算している最中に，５を指で示すが残りの数を忘れてしまう誤りであった。もう一つは，４の数において見られた誤りで，４を指で示しているがそれが計算

の最中に5になってしまう誤りであった。Yoshida & Kuriyama (1986) の分析で見られた誤りと同様に，本研究の具体物を用いた課題での誤りも，1から5までの数が一つのまとまった構造として表象しているという我々の仮説を支持している。

こうした結果は，幼児が10以下の数において1から5までの数を一つのまとまった構造，または privileged anchor として表象していることの反映であると考えられる。栗山・吉田 (1988) は，数唱課題を導入して，数唱課題の分析から，我々の見いだした数表象の構造は指の構造に依存しないと述べた。本研究で得られた結果からも，そうした構造は内的な表象の反映であるということが示唆された。

これまでの，幼児の数概念の理解に関するモデルとして，Resnick (1983) は心的数直線を仮定している。そこでは，10以下の数には何らの構造も考えていない単純な数直線であった。しかし，我々の研究から，5までの数とそれ以上の数は区別しなければならないことが示唆されている。

また，幼児の数概念の理解に関するモデルとして，Siegler & Shrager (1984) は，連合学習モデルを仮定している。そこでは，数の理解の順序は，ある数とある数の連合の強さに依存すると考えている。例えば，加算問題の答の正確さは練習の量によって決められ，練習の頻度が高いと問題の答は自動的に検索されるようになると述べている。そうしたモデルでは，幼児の数概念は，数と数の連合の強さによって形成されるのであり，数と数との間の関係の知識についてはなんら考慮されていない。しかし，Resnick & Ford (1984)，Barooby & Ginsburg (1986) は，数概念において，数の連合だけでなく数の関係の知識が重要であることを提案し，数の関係の知識は，数の特徴 (salience) や数の複雑な関係によって習得されると述べている。

幼児の数表象の構造に関する我々の見解は，幼児が数と数の関係についての知識を理解しているという Resnick & Ford (1984)，Barooby & Ginsburg (1986) の考えを支持している。幼児は単に数の連合の強さだけで数を理解しているのではなく，6以上の数においては，5とある数の結合といった数の結合の関係を理解していることが，我々の研究で見いだされた。幼児の数概念のモデルとしては，数の結合の知識だけでなく，数と数の関係の知識をも考慮したモデルが，考えられなければならない。

これまでの我々の研究から，数表象の構造の発達に関するモデルが考えられる。Starkey & Cooper (1980) は，乳児も3までの数を区別できるという結果を見いだしている。栗山・吉田 (1990) は，3歳児からは1から3までを一つのまとまった構造として理解していることを見いだした。さらに，我々は，4歳児，5歳児とも1から5までの数が一つのまとまった構造として表象されていることを見いだした。こうしたことから，数表象の構造の発達に関する4段階のモデルが考えられる。第1段階は，1歳までの生得的に3までの数をとらえることが可能な段階である。直感的・知覚的に数のまとまりをとらえる段階で，数を数えることによる数理解はまだ不可能である。第2段階は，3歳児までの，1から3までの数を一つのまとまった構造として表象する段階である。この段階は，1から3までの数を知覚的に理解するだけでなく，一つずつ数えることを通して，3までの数をまとまった構造として理解する。第3段階は，4歳児，5歳児までの1から5までの数を一つのまとまった構造として表象する段階である。この段階では，5を priveleged anchor として表象しており，6以上の数を5とある数Xというように，5を priveleged anchor とした数の関係を理解する。第4段階として，就学後に10進法システムが導入

され，10を一つのまとまった構造として理解する段階である。しかし，この段階では，まだ5を一つの構造として理解しやすい段階であることが考えられる。

我々の一連の研究では，分解課題と補数課題，加算問題や減算問題のストラテージ分析，数唱課題，具体物課題を導入して，幼児の数表象の構造について検討してきた。今後の残された課題として，別な課題を導入することによって，さらに幼児の数表象の構造について検討することが必要であろう。さらに，就学後の数表象の構造はどのようなものであろうか。今後の課題として残されている。

## 引 用 文 献


Barooby A. J., & Ginsburg, H. P. 1986 The relational between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In Hiebert, J, ( Ed. ), *Conceptual and procedual knowledge : The case of mathematics.* LEA, Hillsdale, NJ.

Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. 1982 The acquisition and an elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd (Ed. ), *Children's logical and mathematical cognition : Progress in cognitive developmental research.* Vol. 1 New York : Springer-Verlag. Pp. 33-92.

Gelman, R. 1978 Cognitive development. *Annual Review of Psychology,* **29**, 297-332.

Gelman, R., & Gallistel, C. R. 1978 *The child's understanding of number. Cambridge, MA : Harvard Unversity Press.*

Gelman, R., & Meck, E. 1983 Preschooler's counting : Principles before skill. *Cognition*, **13**, 343-359.

Ginsburg, H. 1977 *Children's arithmetic : The learning process*. New York : Van Nostrand.

Greeno, J. G., Riley, M. S., & Gelman, R. 1984 Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology,***16**, 94-143.

Kuriyama, K., & Yoshida, H. 1987 Representational structure of numbers in children : Analyses of strategies in solving both addition and subtraction problems. *Bulletin of Miyazaki Women's Junior College,***14**,13-20.

栗山和広・吉田甫　1988　幼児の数表象の構造 — 数唱分析からの検討 — 心理学研究，**59**，287-294.

栗山和広・吉田甫　1989　幼児の数表象の構造 — 教授介入からの検討 — 宮崎女子短期大学紀要，**15**，7-12.

栗山和広・吉田甫　1990　幼児の数表象の構造 — 3歳児の数表象について — 宮崎女子短期大学紀要，**16**，17-23.

Piaget, J. 1952 *The child's conception of number. New York : Van Nostrand.*

Resnick, L. B. & Ford, W. W. 1981 *The psychology of mathematical for instruction.* Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Resnick, L. B. 1983 A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg ( Ed. ), *The development of mathematical thinking.* New York : Academic Press. Pp. 109-151.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. 1983 Developmental of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P Ginsburg (Ed. ), *The development of mathematical thinking.* New York : Academick Press. Pp. 153-192.

Siegler, R. S. 1978 The origins of scientific reasoning. In R. S. Siegler ( Ed.), *Childen's thinking : What develops?* Hillsdale, NJ : Erlbaum. Pp. 109-150.

Siegler, R. S. & Shrager, J. 1984 Strategy choices in addition : How do children know what to do? In C. Sophian ( Ed, ), *Origins of cognitive skills.* Hillsdale, NJ : Lawrence Erlabum Associates. Pp. 228-293.

Starkey, P., & Cooper, R. S. 1980 Perception of numbers by human infants. *Science,* **210**, 1033-1035.

Yoshida, H., & Kuriyama, K.1986 The numbers 1 to 5 in the development of children's number concepts. *Journal of Experimental Child Psychology,* **41**, 251-256.

Yoshida, H., & Kuriyama, K. 1991 Learning to count in Japanese. In D. Kevin., & S. Beatrice ( Eds. ), *Language and Mthematical Education*. Open University Press.

## 付　　記

本研究実施にあたり御協力いただきましたみどり幼稚園の皆様に記して謝意を表します。

(1991年9月30日受理)