宮崎女子短期大学紀要　第20号　29-37頁

幼児の数表象の構造
——多次元尺度法による分析——

栗　山　和　広

Representational Structure of Numbers in Children

Kazuhiro KURIYAMA

Abstract

Representation of preschool children's number concepts was investigated in the present study. 3- and 4-year-old children solved 36 magnitude-comparison problems involving pairs of numbers 1 through 9. Numerical magnitude comparison problems were analyzed by using multidimensional scaling. The most striking result of the multidimensional scaling in 4-year-children showed that numbers 1, 2, and 5 were classified into a cluster. This result suggested that children understood numbers 5 as a privileged anchor for numbers below 10. The structure of preschool children's number concepts was discussed in terms of procedural knowledge and conceptual knowledge.

Key words: preschool children's number concepts, magnitude comparison problems, multidimensional scaling, numbers 5 as a privileged anchor

幼児の数概念に関する研究は，Piaget（1952）の数の保存概念を中心に行われてきた。そこでは，幼児が数の一対一対応といった論理的概念を理解できないことから，幼児の数概念はあまり発達していないと考えてきた。しかし，最近の認知心理学の研究は，幼児の数のコンピテンスについて数の保存概念以外の面から明らかにしつつある。例えば，数唱に関する研究（Fuson, Richards & Briars, 1982）やスビタイズの研究（Chi & Klahr, 1975）などはそうしたものである。こうした研究では，幼児は数概念に関する基本的原理や知識を理解していることが明らかにされている。

こうした研究の他に，幼児の数のコンピテンスを明らかにする研究として，数表象の構造に関する研究も興味深いものの一つである。大人は10進法構造の数表象の構造を持っているが，就学前の子どもも大人と同様な数表象の構造を持っているのであろうか。

Siegler & Robinson（1982）や Fuson, Richards & Briars（1982）は，1から数えられなくなるところまで数えるという数唱に関する実験から，幼児がそれ以上数えられなくなる数の頻度が最

も高かったところは，29，39，49であることを見いだした。また，Fuson et al.（1982）は，数唱の誤りの例として19から30へまたは40へ数え続けるというような次の10個をとばして数えることを見いだしている。これらの結果は，幼児が持つ10進法構造の反映であると考えられた。

また，Miura（1987）やMiura & Okamoto（1989）は，小学1年生の数表象の構造について検討した。10の単位のブロックと1の単位のブロックを用いて二桁の数を表す実験を行った結果，アメリカの小学1年生は，二桁の数を1の単位のブロックのみを用いて表すことが多かった。それに対して，日本の子どもは10の単位のブロックと1の単位のブロックの両方を用いて示すことが多く見られた。これらの結果は，アメリカの子どもより日本の子どもの方が10進法構造を理解しやすいことを示すものであり，そうした違いは，日本とアメリカの数詞の違いの反映であると考えられた。日本では，21といった数詞を，に・じゅう・いちというように“じゅう”を基礎とした数詞から成立している。しかし，アメリカでは，twenty-oneというようにtenを基礎とした数詞から成立していない。こうした数詞の構造の違いが，子どもの数表象の構造に反映していると，彼らは述べている。これらの研究の仮定している数表象の構造は10進法構造である。

こうしたことは，10以下の数においてはなんらの構造も存在していないことを意味するものである。Resnick（1983）は，1から10までの数については，ある1つの数と次の数が1つずつ大きくなる次の関係でつながっている心的数直線（mental number line）として表象されていると述べている。同様に，Siegler & Shrager（1984）も，1から10までの数は1つの数と次の数が次の関係でつながっており，数直線は数の連合強度として構成されている述べている。また，Ginsburg（1977）は，1から12までの小さい数は完全に任意（arbitrary）であると述べている。これまでの研究においては，10以下の数には何らの特別な構造も存在していないことを仮定している。

しかし，こうした仮定とは異なる数表象の構造が存在することをYoshida & Kuriyama（1986）は見いだした。そこでは，10以下の数表象において，1から5までがひとつのまとまった構造として表象されていることが示された。1つの実験では，ある数を5とXに分解する課題（5の分解課題）と，ある数にいくつ合わせると10になりますかという補数を求める課題（10の補数課題）の正答率と反応時間を検討した。その結果，5の分解課題の方が10の補数課題より，正答率が高く，また反応時間も早いことが示された。このことは，幼児が5を1つの構造として表象していることを示すものであると考えられた。

また，Kuriyama & Yoshida（1987）は，幼児に加算問題と減算問題を提示し，そこでの加数と減数の数唱方略について分析した。そこの方略の中で，5以下の数を含む問題は，6以下の数を含む問題より，数唱なしに一気に指をたてる方略（直接的方略）が多く見いだされた。こうしたパターンは，幼児が5を1つのまとまった構造として表象していることを示すものと考えられた。

さらに，今までの我々の研究では幼児に指を使わせる課題を用いていたことから，指を使用できない課題を用いた場合にも，そうした数表象の構造が見られるかどうかについて検討した。というのは，指の使用が可能な課題であるならば，1から5までが1つのまとまった構造になっているという我々の見いだした表象構造が内的な構造とは必ずしも言えず，単なる指の構造に依存しているということも考えられるからである。そこで，栗山・吉田（1988）は，幼児に指の使用ができない数唱課題，ある数aからある数b（a<b）まで数え昇らせる上昇系列の数唱と，ある数bからある数aまで数え下らせる下降系列の数唱を用いて，10以下の数表象の構造について検討した。その結

果，上昇系列の数唱では停止すべき数が5の課題では全員が正しく数唱を停止することができた。また，下降系列においても停止すべき数が5の課題で正しく数唱を停止することのできないものはほとんど見られなかった。

また，栗山（1992）と栗山（1993）は，指の構造に依存しない課題として具体物課題による分解課題を用いた。そこでの方略分析から，年中児・年長児とも，6以上の数を分解する際に，5までを1つのまとまった数として数え，それから残りの数を1つずつ数える方略が多く見いだされた。また，年中児では，こうした方略の他に，ある数を5以下の数で分解する方が6以上の数で分解するよりも正答率の高いことが見いだされた。これらのことから，1から5までが1つのまとまった構造またはprivileged anchorとして表象されていることが示唆されたといえよう。さらに，こうした我々の研究で見いだされた数表象の構造は指の構造を単に表しているといったことによるものではなく，それは内的な表象構造であるということができよう。

これまでの我々の一連の研究から，1から5までが1つのまとまった構造またはprivileged anchorとして表象されていることが明らかにされてきた。しかし，こうした表象構造は手の指が5本であるという形態的側面に依存していることが考えられることからすると，我々の見いだした表象構造が数を理解する際の内的な表象になっているかについて，さらに指の使用ができない課題を用いて多面的に検討することが必要である。

Siegler & Robinson (1982) は，数の表象を検討するために，4歳児に1から9までの数の大きさの比較課題を与えて多次元尺度法で分析した。多次元尺度法とは，刺激同士の類似性をとらえるもので，人が二つの刺激の差を小さいと思っているほど，空間座標において二つの刺激の位置は近くなることを示すものである。彼らの結果によると，4歳児は1から9までの数をいくつかのまとまりとして布置していることが見いだされた。1つのまとまりは，1から3までで，2番目のまとまりは4から6までで，3番目のまとまりは7から9までであった。

かれらの結果は，我々が見いだした1から5までが1つのまとまった構造またはprivileged anchorとして表象されているという幼児の数表象の構造とは少し異なるものである。そこで，本研究では幼児の数表現の構造について，数の大きさ比較を多次元尺度法で分析することを目的とする。また，Siegler & Robinson (1982) の研究では，数の大きさ比較に関する多次元尺度の分析は4歳児についてしか検討されていない。そこで本研究では，3歳児，4歳児，5歳児を被験児として用いることにより，数表象の構造の発達という視点からも検討する。

方　法

被験児　宮崎郡清武町の私立幼稚園に在園する3歳児13名，4歳児25名，5歳児28名であった。平均年齢は，3歳児が3歳6か月，4歳児が4歳7か月，5歳児が5歳6か月であった。かれらはほとんど中流家庭の出身である。

材料　数唱課題には1から10までの数が用いられた。数の大きさ比較の課題に1から9までの数が用いられた。数唱課題は1から10までの数を数えることであった。数の大きさの比較課題では，ある数aとある数bを比較する課題36題を用いた。

手続き　実験は個別に行われた。実験者は女子短大生であった。実験者と幼児は小さな部屋にある

小さなテーブルに向かいあって着席した。最初に数唱課題を行い，その後に数の大きさの比較課題を行った。数の大きさの比較課題では，被験児によって問題の提示順序はそれぞれ異なっていた。実験者は被験児に，氏名，年齢等を尋ねたりしてラポールをとった後，次のように教示した。「◯◯ちゃん。今からお姉ちゃんと数の遊びをしよう。いいかな。1から10まで数えてちょうだい。よくできたね。次はちょっと違う数の遊びだよ。いいかな。ここにリンゴが1個あります。こっちにはリンゴが3個あります。リンゴが1個とリンゴが3個はどちらが多いですか。」数の大きさ比較の課題では指を使わないように教示した。被験児が誤った場合にも，実験者はフィードバックを一切与えなかった。実験に要した時間は20分であった。

結　果

数唱課題　1から10までの数唱課題について正しく数えた人数について分析した。年少児では，1から10まで正しく数えることができた者は8名，1から5まで正しく数えることができたものは3名，1から3まで正しく数えることができた者は2名であった。年中児，年長児は全員が1から10まで正しく数えることができた。

比較課題の正答率　全問題数における正答数の割合である正答率を求めた。3歳児，4歳児，5歳児の平均正答率は，それぞれ.74，.83，.94であった。しかし，比較課題における2つの数の大きさを比較するさいの正答率のchanceレベルは50％である。そこで，さらに幼児の数の大きさの知識を検討するために次の式を求めた。(観察された正答数の割合－chanceレベルの割合)／(1－chanceレベルの割合)。この式に基づいて，3歳児，4歳児，5歳児の数知識を求めたところ，それぞれ.48，.66，.88であった。

多次元尺度法（multidimensional scaling）による分析　3歳児，4歳児，5歳児の数の比較課題のエラー率を非計量多次元尺度法による2次元の分析で行った。しかし，5歳児は正答率が高く，いくつかの数の比較の問題においてエラー率が皆無であったため多次元尺度法で分析することができなかった。3歳児，4歳児のストレス値は，それぞれ.11，.11であった。数の比較課題のエラー率を多次元尺度法で分析した3歳児と4歳児のそれぞれの結果がFig.1とFig.2に示されている。

Fig.1から見られるように，3歳児では（1，2)，(3，4)，(5，6)，(7)，(8)，(9）のクラスターに分かれている。それに対して，Fig.2から見られるように，4歳児では（1，2，5)，(3，4)，(6)，(7)，(8，9）のクラスターに分かれている。3歳児では，(1，2）が1つのクラスターとなっているのに対して，4歳児では（1，2，5）が1つのクラスターとなっている。4歳児において，1，2，5が近くに布置していることは，幼児の数表象の構造として5がprivileged anchorとして表象していることを示唆する一つの側面であると思われる。

考　察

本研究では，幼児の数表象の構造を明らかにするために，数の大きさの比較課題を多次元尺度法で分析した。こうした方法は，指といった外的な構造に依存しないものである。そのために，指を用いた課題による分析より幼児の数についての内的な表象がより明らかにできる分析であると考え

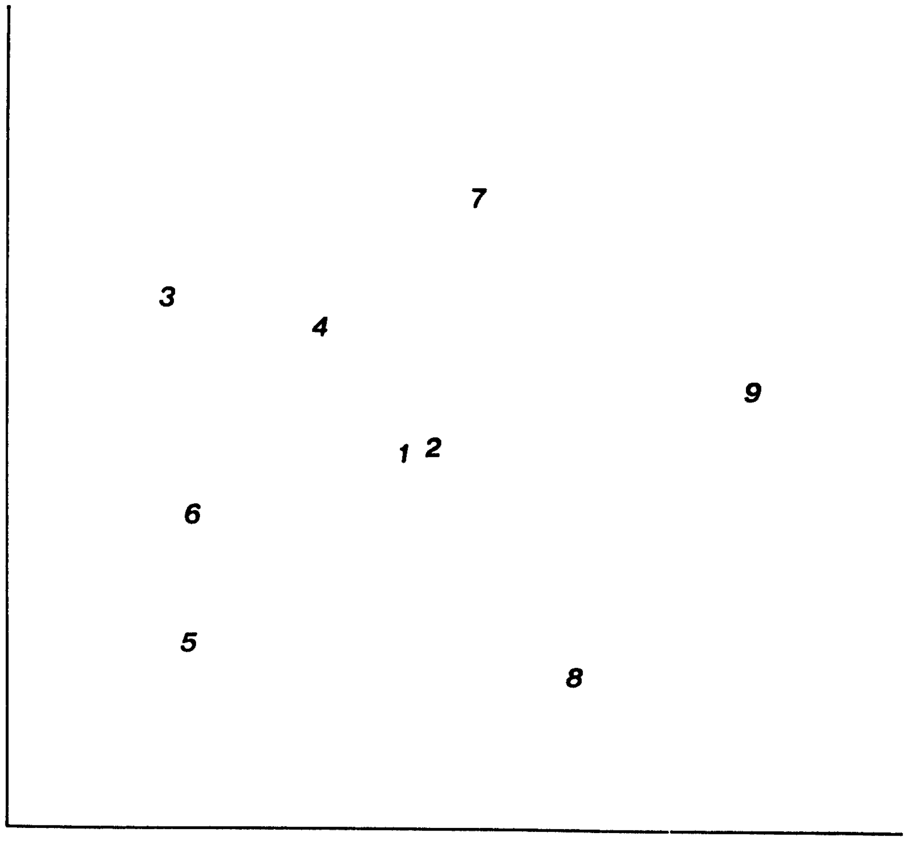

Fig. 1　3歳児の数の大きさ比較のエラーについての MDS 分析

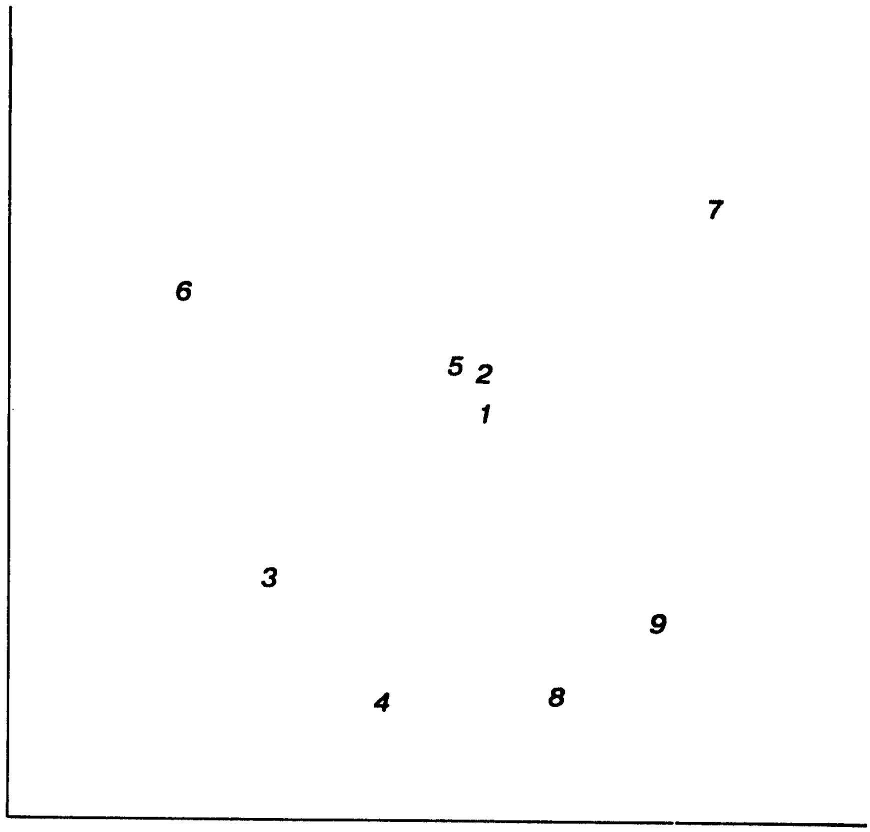

Fig. 2　4歳児の数の大きさ比較のエラーについての MDS 分析

られる。

5歳児の数の大きさ比較に関する多次元尺度法の分析は行えなかったが，3歳児と4歳児の数の大きさの比較課題を多次元尺度法で分析した本研究から，幼児のもつ数の表象構造がある程度明らかにされた。3歳児では（1，2），（3，4），（5，6），（7），（8），（9）のようなクラスターを形成している。しかし，4歳児では（1，2，5）（3，4），（6），（7），（8，9）のクラスターを形成している。このようにいくつかのクラスターを構成していることから，まず幼児の数表象の構造はResnick (1983) の述べている心的数直線のような“次の”という単純な関係で表象されていないことが示唆される。今までの研究からするならば，数の相対的な大きさについての子どもの判断は一次元上に並ぶと考えられる。しかし，本研究での多次元尺度法の分析結果からは，幼児は数をいくつかのクラスターに分けて考えている。幼児は数を単なる一直線上に小さい数から大きい数へ並んでいると理解しているとはいえない。幼児は，いくつかのカテゴリーを用いて数を理解していることが考えられる。

次に，数表象の構造の発達の違いが見られた。4歳児は，3歳児の数表象とは異なり，（1，2，5）を1つのクラスターとして形成している。数理解の発達からするならば，1，2は幼児にとって最も理解しやすい数である。4歳児の数表象において（1，2，5）が1つのクラスターを形成しているが，このことは1や2のように5も理解しやすい数であることを示唆している。我々の今までの研究では，4歳児になると1から5までが1つの構造またはprivileged anchorとして表象されていることが見いだされている。（1，2，5）が1つのクラスターになっていることは，我々の見いだした数表象の構造と一致しているいえよう。さらに，多次元尺度法の分析から，3歳児ではまだ1から5までが1つの構造またはprivileged anchorとして表象されているとはいえない。

このように多次元尺度法から，幼児の数の表象構造としていくつかのクラスターの存在が明らかにされたが，数唱分析からも幼児の数理解がある程度明らかにされている。3歳児では1から10までの正しい数唱を行えたものが8名であり，5名は1から10までの数唱を正しく行うことができなかった。また，幼児の数知識の公式では，3歳児は48%であり数知識の程度はかなり低い。このことから，3歳児では1から9までの数の大きさ比較の理解はまだ十分にできていない段階と考える。それに対して4歳児は全員が1から10まで正しく数唱を行うことが可能であった。また，幼児の数の知識の公式では，4歳児は66%であった。これらのことから，4歳児の数理解の程度は3歳児より高く，数の区別はできると考えられる。

本研究で見いだされた多次元尺度法による4歳児の数表象の構造では，（1，2，5）が1つのクラスターを形成していることが見いだされた。これは，我々が数表象の構造で見いだした5がprivileged anchorとして表象されているということの一つの側面を示しているといえよう。ところで，本研究で見いだされた多次元尺度法による数表象の構造と，Siegler & Robinson (1982) の研究における多次元尺度法の分析結果とは異なる結果がみられた。それはMiura (1987) の研究でもみられたような文化差によるものか，本研究の結果からだけではその問題を論じることはできないが，幼児の数概念の理解が意外に複雑なものであることを示すものであろう。

ところで，本研究で見られた数の大きさ比較についての多次元尺度法の分析で見られた幼児の数知識は，どのような知識と関連があるのであろうか。Hiebert & Lefevre (1986) は，知識には手続き的知識と概念的知識が存在すると述べている。手続き知識には，具体物を操作する際の問題解

決の方略や行為のメンタルイメージといった操作がある。それは，表面的な特徴についての知識であり，意味的な知識ではない。行為の表面的な特徴と固く結びついたものであり，個々の情報として個々に貯蔵され，直線的な連鎖として連続的な性質をもつものである。概念的知識とは，小さな情報や大きな情報が結びついた関係と深く結びついており，関連した知識のネットワークである。知識は構造的な枠組みとして働き，関係によって内的に構造化されているとしている。本研究から，幼児は数の大きさを単なる直線上に表しているのではなく，いくつかのクラスターとして表象していることが明らかにされたが，これは数をいくつかのグループに分けて数の問題を解決する際に利用していることが考えられる。このように，幼児は構造的な枠組みとしての知識である概念的知識を習得しているといえよう。Piaget (1952) は，幼児は数概念に関する基本的知識が欠如していると述べた。しかし，幼児は構造的な枠組みとしての知識を習得していることから，数概念に関する基本的な原理や知識を理解していることが示唆される。

このような概念的知識の存在が本研究から明らかにされたが，手続的知識としてはどのようなものが考えられるであろうか。手続き的知識としては，指が5本であるという外的な構造に基づいた特徴から，5をprivileged anchorとした方略を学習していることが考えられる。例えば，Yoshida & Kuriyama (1986) は，4の数を含む加算や減算において，4を指で示すがそれが計算の途中で5になってしまう誤りや，指で6を示しているがそれが5になってしまう誤りを見いだしている。こうした手の指が5本あるという外的な構造の顕著さが，5をprivileged anchorとした手続き的知識を幼児に学習させていると考えられる。

さらに，幼児の概念的知識と手続き的知識はどのような関係をもっているのであろうか。概念的知識と手続き的知識との関連は複雑でダイナミックである。例えば，概念的知識が先に習得されるか手続き的知識が先に習得されるかという問題はそうしたことの一つである。Gelman & Gallistel (1978) は，カウンティングの概念や原理の発達は，技能の習得に先行すると述べている。一方，Baroody & Ginsburg (1986) は，カウンティング技能は最初機械的な手続きとして習得され，その後に概念的知識として習得されると述べている。このことについて，Case (1985) は手続き的知識が概念的知識に影響を与えると考えている。Case (1985) は，高度に日常化された手続きは問題解決において必要な処理能力を減少させ，それによって概念的知識を適用できるスペースを生み出すことが可能になると述べている。このことからすると，一般的には手続的知識が概念的知識を引き起こし，複雑な相互作用としての関係を形成していくようになると考えられる。しかしながら，それらの関係はかなり複雑に密接に絡み合った問題である。

また，幼児は1から5までを1つの構造またはprivileged anchorとして表象しているという我々の研究から，幼児の数理解に関するモデルについての示唆がある。Siegler & Shrager (1984) やSiegler (1987) の連合学習モデルやAshcraft (1982) のアリスメコンのモデルでは，我々の見いだした幼児の数表象の構造は説明ができない。これらのモデルは別々のものであり，いささか異なる点もあるが，基本的には次のような考えをとっている。数の加算や減算は，ある数とある数を加算したり減算する練習頻度である連合の強さに依存している。そのために，加算において加数が大きくなればなるほど，また減算において減数が大きくなればなるほど，心的距離は離れており，練習頻度が低下し連合の強さは弱くなる。こうしたモデルでは，数と数の連合の強さしか考慮しておらず，数の意味的な構造に関してはほとんど説明されていない。そこでは，1から10までの数は1

つの数と次の数が1つづつ大きくなる次の（next）関係でつながっていると考えており，10以下の数に特殊な数の構造が存在することは考慮されていない。そのため，Yoshida & Kuriyama（1986）やYoshida & Kuriyama（1991）の研究でみられた，5を基数にした分解課題が他の数を基数にした分解課題より正当率が高く反応時間が早いということを，それらのモデルでは充分に説明できない。Baroody & Ginsburg（1986）は，数と数の結合には単なる数と数の連合によるだけではなく，数の知識の構造的枠組みを考慮しなければならないと述べている。数結合の有効な産出には，数の事実システムの連合を検索するだけではなく，数の顕著さ数と数の関係といった数の知識の統合した構造的ネットワークを考慮する必要があると思われる。

いままでの研究で，幼児の数表象の構造が明らかにされたが，こうした数表象について発達的に検討することも必要である。というのは，西川（1992）は大学生に数の評価をさせたところ5が含まれるか否かが重要なポイントになっていることを見いだしているからである。大学生の数理解においても，5がprivileged anchorとして表象しているならば，児童においてもそうした表象構造が考えられる。幼児で見られた表象構造を発達的に検討することも今後の重要な課題である。

引 用 文 献

Ashcraft, M. H.　1982　The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review*, **2**, Pp. 213-236.

Case, R.　1985　*Intellectural development: Birth to adulthood*. New York: Academic Press,

Chi, M. T. H., & Klahr, D.　1975　Span and rate of apprehension in children and adults. *Journal of Experimental Child Psychology*, **19**, Pp. 434-439.

Baroody, A. J., & Ginsburg, H. P.　1986　The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedual knowledge: The case of mathematics.* LEA, Hillsdale, NJ.

Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J.　1982　The acquisition and an elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd (Ed.), *Childredn's logical and mathematical cognition: Progress in congnitive develpmental research.* Vol. 1 New York: Springer-Verlag. Pp. 33-92.

Ginsburg, H.　1977　*Children's arithmetic: The learning process.* New York: Van Nostrand.

Gelman, R., & Gallistel, C. R.　1978　*The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press

Hiebert, J., & Lefevre, P.　1987　Conceptual and procedual knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedual knowledge: The case of mathematics.* LEA, Hillsdale, NJ.

Kuriyama, K., & Yoshida, H.　1987　Representational structure of numbers in children: Analyses of strategies in solving both addition and subtraction problems. *Bulletin of Miyazaki Women's Junior College*, **14**, 13-20.

栗山和広・吉田甫　1988　幼児の数表象の構造－数唱分析からの検討－　心理学研究，**59**，287-294.

栗山和広・吉田甫　1989　幼児の数表象の構造－教授介入からの検討－　宮崎女子短期大学紀要，**15**，7-12.

栗山和広・吉田甫　1990　幼児の数表象の構造－3歳児の数表象について－　宮崎女子短期大学紀要，**16**，17-23.

栗山和広　1992　幼児の数表象の構造－具体物課題からの検討－　宮崎女子短期大学紀要，**18**，31-39.

栗山和広　1993　幼児の数表象の構造－5歳児の具体物を用いた分解課題の方略分析－　宮崎女子短期大学紀要，**19**，75-83.

Miura, I. T.　1987　Mathematical achievement as a function of language. *Journal of Educational Psychology*, **79**, 79-82.

Miura, I. T. & Okamoto, Y.　1989　Comparisons of U.S. and Japanese First Groaders' Cognitive representation of number and understanding of place value. *Journal of Educational Psychology*, **81**, 109-113.

西川泰夫　1992　心的加法および乗法過程－課題選好評価反応に基づく分析－　日本心理学第56回大会発表論文集, 635.

Piaget, J.　1952　*The child's conception of number.* New York: Van Nostrand.

Resnick, L. B.　1983　A developmental theory of number understanding. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking.* New York: Academic Press. Pp. 109-151.

Siegler, R. S. & Robinson, M.　1982　The development of numerical understanding. In H. W. Reese & L. P, Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior.* Vol. 16. New York: Academic Press. Pp. 242-308.

Siegler, R. S. & Shrager, J.　1984　Strategy choices in addition: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of congnitive skills.* Hillsdale, NJ : Lawrence Erlabum Associates. Pp. 229-293.

Siegler, R. S.　1987　Strategies choices in subtraction. In J. A. Sloboda & D. Rogers (Eds.), *Cognitive process in mathematics.* Clarendon Press. Oxford.

Yoshida, H., & Kuriyama, K.　1986　The numbers 1 to 5 in the develpoment of children's number concepts. *Journal of Experimental Child Psychology*, **41**, 251-256.

Yoshida, H., & Kuriyama, K.　1991　Learning to count in Japanese. In K. Durkin, & B. Shire (Eds.), *Language and Mathematical Education.* Open University Press. Milton Keynes.

付　記

本研究実施にあたりご協力いただきました清武みどり幼稚園の皆様に記して謝意を表します。

〔1993年12月10日受理〕