宮崎女子短期大学紀要　第23号　27～34頁

幼児の数表象の構造
－特異数に関する２つの仮説の検討－

栗　山　和　広

Representational Structure of Numbers in Children

Kazuhiro KURIYAMA

Abstract

The structure of preschool children's number concepts was investigated. Children were given resolution problem tasks. They were asked to resolve some numbers into X and Y. It was significantly easier for children to resolve numbers into 5 and Y than numbers other than 5 and Y. Furthermore, an analysis of the children's strategies suggested that the main strategy used for the number 5 was the direct representation of numbers (D-type), whereas the main strategies used for numbers other than 5 was the overt method of counting (O-type). These results showed that the privileged anchor consists of the number 5 alone. The results were discussed in terms of a new model of a representation system of numbers.

key words: children's number concepts, resolution tasks, strategies, privileged anchor, the number 5.

最近の認知心理学的アプローチから，子どもがどのように数を理解しているかについての多くの研究が行われている。そうした最近の子どもの数理解に関する研究のなかでも，本研究が問題にするのは子どもの数表象の構造についてである。

数表象の構造について，大人が十進法構造をもっていることは明らかである。十進法では，数を表象する際に10という数が特異な機能を果たしていることが示されている（Ginsburg, 1977; Greeno, Riley & Gelman, 1984; Krueger & Hallford, 1984)。また，児童においても，10を基数とした部分－全体の数知識をもっていることが明らかにされている（Miura, 1987; Miura & Okamoto, 1988)。こうした数表象について，就学前の子どもも，20以上の数については，10が特異数となる10進法の数表象をもっていることがいくつかの研究で指摘されている。たとえば，Siegler & Robinson (1982) は，幼児に数を数えさせ，幼児がどこで数えられなくなかを検討した。その結果，幼児が数えられなくなる数の頻度の高かったところは，29, 39, 49であった。また，Fuson, Richards & Briars (1982) も同様な結果を示している。これらの結果は，幼児が10を特異数とする構造を表象していることを示唆するものである。しかし，これらの研究では，10以下の

数表象の構造については何ら述べていない。

10以下の小さい数について，Resnick（1983）は，就学前の子どもは心的数直線（mental number line）として表象されていると述べている。心的数直線とは，ある1つの数と次の数との間が1つずつ大きくなる「次の」（next）関係でつながっている内的な数直線のことである。Ginsburg（1977）もほぼ同様な考えをとっている。こうした数表象の研究は，10以下の数には何らの特別な構造も存在しないことを仮定している。

しかし，こうした今までの研究で仮定されてきた数表象について，10以下の数にも特別な構造が存在することを示す研究が見られている。Yoshida & Kuriyama（1986）は，いくつかの実験から，1から5までが1つのまとまった構造として表象されていることを示した。第1の実験で，加算問題と減算問題を提示して，そこでの加数と減数の数唱方略について分析した。数唱の方略分析から4つの方略が明らかにされたが，その中でも数表象の構造に関連のある興味ある方略が見られた。それは，数を1つずつ数えていくタイプ（O-タイプ）であった。O-タイプには2つのタイプがあった。第1は，数を総てO-タイプで表象しているもの（O-all タイプ）であった。第2は，“5”と直接に関連したパターンで，6以上の数を数える際に，5までは数唱なしに一気に指を広げて，それから残りを数えるタイプ（D-to-O タイプ）であった。加算問題・減算問題とも，D-to-O タイプがO-all タイプより多く見られた。D-to-O タイプは，幼児が1から5までを1つのまとまった特異数として表象していることを示すものと考えられた。また別の実験では，ある数を5とXに分解する課題（補数課題）と，ある数にいくつあわせると10になりますかという10の補数を求める課題（補数課題）を用いて，10以下の数表象の構造について検討した。その結果，正答率において分解課題の方が補数課題よりも高く，また反応時間においても分解課題の方が補数課題より短いことが示された。これらのことより，1から5までが1つのまとまった特異数として表象されていることが示された。

さらに，栗山・吉田（1988）は，Yoshida & Kuriyama（1986）が用いた課題は幼児に指を使わせる課題であることから，こうした課題を用いた場合，数表象の構造は内的なものとは言えない可能性があることを指摘した。そして，指に依存しないある数aからある数bまでの部分的な数唱を求める課題を用いて，5を特異数とする構造が内的に表象されているか否かについて検討した。その結果，bが5以外の場合には指定されたbで停止することはできなかったが，bが5の場合は全員の子どもが正しく数唱を停止することを見いだした。ところで，この結果は，子どもの数表象において特異数となるのは，1から5までの数ではなく5そのものではないかという疑問を生じさせる。

そこで，本研究の目的は，特異数となるのは1から5までのまとまった数ではなく，5という数そのものが特異数として表象しているのではないかという可能性について検討することである。そのために，個々の数の操作の違いについて明確にできると思われる数の分解課題を用いて，数表象の構造について検討することとした。

5という数そのものが特異数となった数表象であるという仮定に従えば，次のようなことが考えられる。分解課題の正答率において，5の数による分解課題の方が他の数の分解課題よりも高いことが予想される。さらに，分解課題の数を表示する際の方略に何らかの違いのあらわれることが予想される。

方　法

被験児　宮崎市内の私立幼稚園に在園する20名（男児10名，女児10名）であった。彼らはほとんど中流家庭の出身である。平均年齢は5歳6か月であった。

材料　分解課題には1から9までの数が用いられた。分解課題は，ある数a（分解される数）をある数b（分解する数）とxに分解することであった。分解課題はb＝2の課題（2－課題）が6題，b＝3の課題（3－課題）が5題，b＝4の課題（4－課題）が4題，b＝5の課題（5－課題）が3題，b＝6の課題（6－課題）が2題，b＝7の課題（7－課題）が1題であった。分解される数は3から9までの数であった。練習問題で用いられたaの数は9であった。幼児が分解課題でどのような方略を用いるかを見るためにビデオカメラが用いられた。

手続　実験は個別に行われた。実験は女子短期大学生であった。それぞれの分解課題で練習問題を1問行い，その後にテスト問題に移った。テスト問題において問題の提示順序はランダムにした。また，被験児によって問題の提示順序はそれぞれ異なっていた。実験者は被験児に氏名，年齢等を尋ねたりしてラポールをとった後に，次のように教示した。「OOちゃん，今から数の遊びをしよう。いいかな。9は2にいくつあわせると9になるかな。よくできたね。」練習問題を正しく答えられなかった被験者に対しては，実験者が指を使って正しく答えられるように説明した。テスト問題では指を用いるように教示した。また，被験者が誤った場合，実験者は一切のフィードバックを与えなかった。実験に要した時間は約20分であった。

結　果

分析は，それぞれの課題の正答率と，分解する数についての方略分析を行った。

分解課題の正答率　7つの分解課題において問題数が異なっていたので，それぞれの課題における全問題数に占める正答数の割合である正答率を求めた。その結果がTable 1に示してある。Table 1から見られるように5－課題の正答率が高い。分散分析を行ったところ有意であった（$F(5,95)=2.51$, $P<.05$）。そこで，多重比較をおこなった結果，5－課題は他の課題よりも有意に正答率の高いことが示された。

Table 1　各分解課題の正答率

分解する数					
2	3	4	5	6	7
.69	.80	.76	.93	.75	.65

方略分析　幼児が分解課題を行う際に4つの方略がビデオテープと子どもの言語報告から見いだされた。第1の方略は1つずつ指を動かしていくovert counting（C-タイプ）であった。第2の方略は，指を目でおったり頭を動かしていくcovert counting（C-タイプ）であった。第3の方略は1つずつ数えることなく一気に指を立てて数を示すdirect counting（D-タイプ）であった。第4の方略は，頭の中で計算したと思われるinternal counting（I-タイプ）であった。最初に，分解

する数の方略の生起率を求めた。各課題の問題数は異なっていたので，各課題の全問題数に占める方略の割合である生起率を求めた。その結果がTable 2に示してある。x^2検定を各課題におけるそれぞれの方略についておこなった。2－課題（$x^2=94.32$, $df=3$, $p<.001$），3－課題（$x^2=81.52$, $df=3$, $p<.001$），4－課題（$x^2=49.52$, $df=3$, $p<.001$），5－課題（$x^2=121.16$, $df=3$, $p<.001$），6－課題（$x^2=73$, $df=3$, $p<.001$），7－課題（$x^2=91$, $df=3$, $p<.001$）とも明らかに有意であった。

Table 2　分解課題における分解する数の方略の生起率

課題	方略			
	Overt	Covert	Direct	Internal
2	.65	.10	.23	.02
3	.50	.03	.45	.02
4	.60	.26	.14	.0
5	.15	.08	.77	.0
6	.65	.25	.10	.0
7	.70	.10	.20	.0

分解する数の方略の生起率については，Table 2から見られるように，5－課題ではD-タイプが最も多く，次にO-タイプが多く，C-タイプが最も少ない。それに対して，2－課題，3－課題，7－課題では，O-タイプが最も多く，次にD-タイプが多く見られる。4－課題，6－課題では，O-タイプが最も多く，次にC-タイプが多く，次にD-タイプが見られる。これらのことから，5－課題でD-タイプが最も多く見られることが示された。

考　察

本研究は，幼児の数表象の構造について，特異数は1から5までの数か，それとも5そのものであるか，という特異数の2つの仮説について検討した。その結果，特異数となるのは5そのものの数であることが示唆された。分解課題の正答率において，5－課題の正答率が他の課題の正答率よりも高いことが示された。5の数で分解する方が，他の数で分解するよりも正答しやすいということは，5そのものが特異数となっていると考えられる。また，方略分析において，分解する数が5の方略は，分解する数が2，3，4，6，7の数の方略よりも，D-タイプを多く用いることが示された。一般的に，数唱方略はO-タイプからC-タイプ，D-タイプ，I-タイプへと発達することが仮定される。Siegler（1987）は，子どもの減算の方略分析で，そうした数唱方略の発達の傾向を示唆している。例えば，問題が難しくなると，最も多く用いられる方略は，指で数を1つずつ数える方略であり，その次に指のはっきりした外的対象を用いずに声を出して数える方略であり，最後に問題の後に直ちに答えをいう検索方略であることを見出している。一般に，最も難しい問題においてよく用いられる方略が最初に発達する方略であると考えられる。このことからすると，先述した

ところで仮定された方略の発達は一般的な発達の過程であると考えられる。そこで，分解する数が5の方略では，分解する数が2，3，4，6，7の数の方略より，O-タイプやC-タイプと比べてD-タイプを多く用いたことは，5そのものの数が理解しやすい数であると考えられる。

本研究の分解課題において，5が他の数よりも正答率が高いことや，5の数ではより発達した方略を用いるという結果が見出された。また，栗山・吉田（1988）では，ある数aからある数bまで数える数唱課題において，5の数では全員が正しく数唱を停止できた。こうした点を考慮すると，特異数となるのは1から5までの数ではなく，5そのものであることが示唆される。今までの研究では数表象に存在する特異数は1から5までの数であることを仮定してきた（Yoshida & Kuriyama, 1986; Kuriyama & Yoshida, 1987; 栗山・吉田，1988; 栗山・吉田，1989；栗山，1992; 栗山，1993)。しかし，本研究から見られるように，幼児の数表象において特異数となるのは5そのものの数であると考えられる。

また，栗山・吉田（1995）は，加算に要する反応時間から検討する心的加算課題を用いて児童の数表象の構造について検討した。その結果，小学1年生では，5を含む問題の反応時間が他の数を含む問題の反応時間よりも短いことが示唆された。しかし，この傾向は小学4年生では見られなかった。このことは，5そのものが特異数として表象されていることをさらに明確にするものである。また，幼児で見られた特異数の構造が就学後公的に十進法制を学習する小学低学年においても見られることを示唆するもので，5の特異数の影響は強いことが考えられる。

Resnick（1983）は，就学前の子どもは部分－全体スキーマを獲得しておらず，そこでの構造は心的数直線として表象されていることを指摘している。しかし，これまでの数表象の構造に関する研究から，幼児は10以下の数においてある数を5と別のある数の組み合わせとして表象している部分－全体スキーマをある程度獲得していることが示唆される。また，Baroody & Ginsburg（1986）は，幼児や児童の加算や減算には，単なる機械的な結合による知識の他に，発明されたルールや手続きから習得した数の概念的知識を獲得していると述べている。子どもの数表象において見られた5の特異数の存在についても，子どもが自ら考えた数の知識であると考えられる。子どもの数結合には，機械的な手続き知識以外に，インフォーマルに習得した数表象の構造の知識も重要な役割を果たしていると考えられる。

これまでの数表象の構造の研究結果より，子どもの数表象の構造に関する新しいモデルが提唱される。Resnick（1983）の数表象の発達に関するモデルでは，幼児期は単純な心的数直線に表象され，就学後小学校後期において，数の部分－全体スキーマが習得され，小学校後期において10を基本にした10進法の知識が習得されることを仮定していた。こうしたモデルでは，10以下の数において，特異数の存在する数の表象の構造については全く考慮されていない。そこで，幼児と小学校低学年における5を特異数とした表象構造のモデルを1に，就学後十進法制を長期間にわたって学習した小学校中学年以降の数表象の構造のモデルをFigure 2に示した。

Figure 1では，1から5までは等価な「次の」関係で表象されているが，5以上の数では5とある数Xにより表象されていることを示している。例えば，6は5と1，8は5と3といった部分－全体スキーマで示されている。こうした表象構造は，就学前の子どもだけでなく，十進法制を公的に学習した低学年の子どもにおいても見られることを示している。次に，Figure 2では，10以下の数は等価な「次の」関係で表象されており，5の特異数は十進法制の学習とともに次第に影響は小

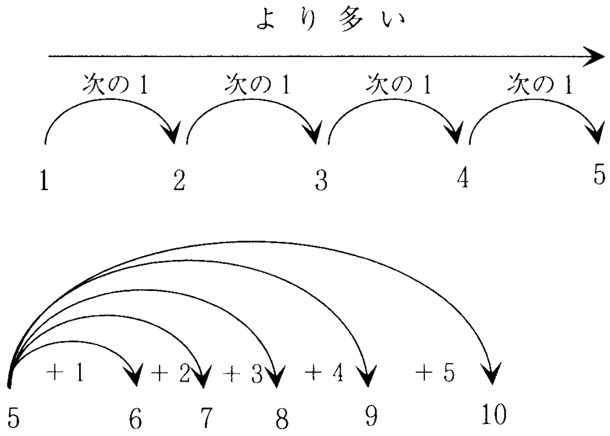

Figure 1 幼児と小学校低学年の子どもの数表象の構造

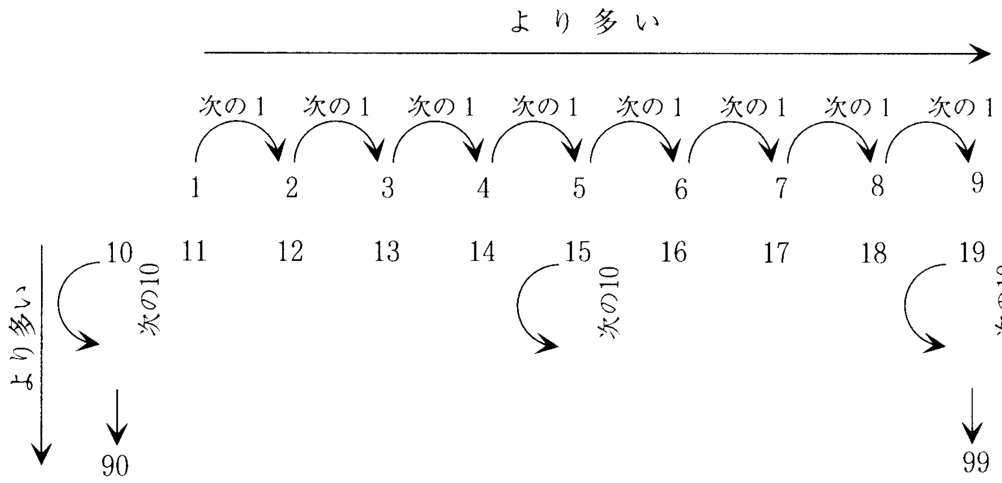

Figure 2 小学校中学年の子どもの数表象の構造

さくなっていると考えている。そして，10以上の数において，10の特異数を理解し，二桁の数を十の位と1の位で構成された数直線として理解している。Figure 2では，縦が「次の」の10の関係で横が「次の」の1の関係で表象されている。そこでは，23は10と10と3といった部分－全体スキーマで示されている。さらに，数の分割が進むと，大きな数を自由に分割して，例えば35を20と15というようにも分割して組み合わせることができるようになる。このようにして，小学校後期になると数はどのように分割されても全体は等しいという概念的知識が定着することが考えられる。ここで提唱したモデルは，従来の単純な心的数直線のモデルと比較して，5の特異数の存在を示した点，さらに小学低学年においても5の特異数の影響が強いことを示した点において，子どもの数表象の構造がより明らかにされたモデルといえよう。

今後の検討課題として以下のことが考えられる。まず，第1に5を特異数とする構造をいつ獲得するかという問題である。乳児でも，3までの数は弁別可能であるという結果が得られている

(Starkey & Cooper, 1980; Strauss & Curtis, 1981)。このことからすると，生得的に3までの数に関する構造が存在し，それが5を特異数とする構造へと発展し，さらに10を特異数とする構造へと発展していくことが考えられる。こうした発達段階は，まだ仮説の段階であり，今後の検討課題である。第2に，本研究で見られた数表象の構造は，文化や環境の異なる他の国においても見られるか，という特異数の普変性についての検討が考えられる。第3に，どのように5の特異数を子どもの数概念の教育に応用するか，についても検討する必要がある。

引用文献

Baroody, A.J., & Ginsburg, H.P. 1986 The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedual knowledge: The case of mathematics.* LEA, Hillsdale, NJ.

Ginsburg, H. 1977 *Children's arithmetic: The learning process. New York: Van Nostrand.*

Greeno, J.G., Riley, M.S. & Gelman, R. 1984 Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology,* **16**, 94-143.

Krueger, L. E., & Hallford, E. W. 1984 Why 2+2=5 looks so wrong: On the odd-even rule in sum verification. *Memory & Cognition,* **12**, 171-180.

栗山和広・吉田甫　1988　幼児の数表象の構造　－数唱分析からの検討－　心理学研究，**59**，287-294.

栗山和広・吉田甫　1995　心的加算における数の表象構造について　教育心理学研究, **43**, 402-410.

Kuriyama, K., & Yoshida, H. 1987 Representational structure of numbers in children: Analysis of strategies in solving both addition and subtraction problems. *Bulletin of Miyazaki Women's Junior College*, **14**, 13-20.

栗山和広・吉田甫　1989　幼児の数表象の構造　－教授介入からの検討－　宮崎女子短期大学紀要, **15**，7-12.

栗山和広　1992　幼児の数表象の構造　－具体物課題からの検討－　宮崎女子短期大学紀要，**18**，31-39.

栗山和広　1993　幼児の数表象の構造　－5歳児の具体物を用いた分解課題からの検討　－宮崎女子短期大学紀要, **19**，75-83.

Miura, I.T. 1987 Mathematical achievement as a function of language. *Journal of Educational Psychology,* **79**, 79-82.

Miura, I.T., & Okamoto,Y. 1988 Comparisons of U.S. and Japanese first graders' cognitive representation of number and understanding. *Journal of Educational Psychology,* **81**, 109-113.

Resnick, L.B. 1983 A developmental theory of number understanding. In H.P. Ginsburg (Ed.) *The development of mathematical thinking.* New York: Academic Press. Pp.107-130.

Siegler, R.S. & Robinson, M. 1982 The development of numerical understanding. In H.W. Reese & L.P. Lipsett(Hds.), *Advances in child development and behavior*. Vol.16. New York: Academic Press. Pp. 242-308.

Siegler, R.S. 1987 Strategies choices in subtraction. In J.A. Sloboda & D. Rogers (Eds.), *Cognitive process in mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Strauss, M.S., & Curtis, L.E. 1981 Infants perception of numerosity. *Child Development*, **52**, 1146-1152.

Starkey, P., & Cooper, R.S. 1980 Perception of numbers by human infants. Sciensce, **210**, 1033-1035.

Yoshida, H., & Kuriyama, K. 1986 The numbers 1 to 5 in the development of children's number concepts. *Journal of Experimetal Child Psychology*, **41**, 251-266.

[1996年12月10日受理]